14 (2) 2024

=ГЕОФИЗИКА =

VДК 550.34 DOI: 10.46698/VNC.2024.27.64.007

Оригинальная статья

## Эмпирические модели для вероятностных оценок спектров колебаний «мягких» и «твердых» грунтов при землетрясениях

#### Ю.К. Чернов

Геофизический институт Владикавказского научного центра РАН, Россия, 362002, г. Владикавказ, ул. Маркова, 93а, e-mail: chenta-26@mail.ru

Статья поступила: 14.03.2024, доработана: 11.04.2024, принята к публикации: 15.04.2024

Резюме: Актуальность работы. В последнее время появились новые данные, указывающие на значительную вариабельность соотношений между спектрами колебаний «мягких» и «твердых» грунтов и их зависимость от сочетания таких факторов как магнитуда землетрясения, расстояние до очага и частота спектральных составляющих. Но эти оценки имеют предварительный характер и должны уточняться. Поэтому настоящие исследования, направленные на решение данной задачи, представляются актуальными. Цель исследований. Совершенствование моделей для вероятностного описания движений разных типов грунтов во время землетрясений. Объект исследований. Эмпирические функции затухания с расстоянием спектров колебаний «мягких» и «твердых» грунтов при землетрясениях. Методы исследования. Комплексный анализ 3472-х инструментально зарегистрированных спектров землетрясений разной величины и удаленности, результатов макросейсмических обследований 75-ти сильных землетрясений в разных районах мира, а также 24-х известных зависимостей макросейсмической интенсивности сотрясений от магнитуды землетрясения (M) и расстояния до очага (D). Результирующие функции затухания спектров с расстоянием строились методом подбора в виде полиномов, оптимальным образом аппроксимирующих весь объем данных. Все оценки сделаны раздельно для землетрясений разных магнитуд, частот спектральных составляющих (f) и отдельно для «мягких» и «твердых» грунтов. Разработанные модели тестировались на предмет их реалистичности и надежности. Результаты исследования. Уточненные варианты зависимостей наиболее вероятных уровней спектральной плотности Фурье ISI(M,D,f) колебаний «мягких» и «твердых» грунтов в целом подтвердили общий характер и структуру зависимостей, установленных на предварительном этапе. Количественные же параметры этих зависимостей при различных сочетаниях М. D и f могут значительно (до 50%) отличаться от предварительных оценок. Разница в уточненных и предварительных оценках спектров может существенно влиять на вероятностные оценки PSHA, что делает актуальной ревизию результатов предыдущих этапов данного цикла исследований.

Ключевые слова: землетрясения; сейсмическая опасность, вероятные спектры колебаний, «мягкие» и «твердые» грунты.

**Для цитирования:** Чернов Ю.К. Эмпирические модели для вероятностных оценок спектров колебаний «мягких» и «твердых» грунтов при землетрясениях. *Геология и геофизика Юга России.* 2024. 14(2): 90-106. DOI: 10.46698/VNC.2024.27.64.007

91

= GEOPHYSICS =

## DOI: 10.46698/VNC.2024.27.64.007

Original paper

# Empirical models for probabilistic estimates of the vibration spectra of "soft" and "hard" soils during earthquakes

## Yu.K. Chernov

## Geophysical Institute, Vladikavkaz Scientific Centre, Russian Academy of Sciences, 93a Markova Str., Vladikavkaz 362002, Russian Federation, e-mail: chenta-26@mail.ru

#### Received: 14.03.2024, revised: 11.04.2024, accepted: 15.04.2024

Abstract: Relevance. Recently, new data have appeared indicating a significant variability in the ratios between the vibration spectra of "soft" and "hard" soils and their dependence on a combination of factors such as the earthquake magnitude, the distance to the source and the frequency of spectral components. But these estimates are preliminary and should be clarified. Therefore, the present research aimed at solving this problem seems relevant. Aim. Improving models for probabilistic description of motions of different types of soils during earthquakes. Research object. Empirical attenuation functions with the distance of the vibration spectra of "soft" and "hard" soils during earthquakes. Methods. A comprehensive analysis of 3,472 instrumentally recorded spectra for earthquakes of different magnitude and distance, the results of macroseismic surveys of 75 strong earthquakes in different parts of the world, as well as 24 known dependencies of the macroseismic earthquake intensity on the earthquake magnitude (M) and the distance to the source (D). The resulting attenuation functions of the spectra with distance were constructed by the selection method in the form of polynomials optimally approximating the entire volume of data. All estimates are made separately for earthquakes of different magnitudes, frequencies of spectral components (f) and separately for "soft" and "hard" soils. The developed models were tested for their realism and reliability. Results. The refined variants of the dependences of the most probable levels of the Fourier spectral density ISI(M,D,f) of "soft" and "hard" soils vibrations generally confirmed the common nature and structure of the dependences established at the preliminary stage. The quantitative parameters of these dependencies for different combinations of M, D and f can differ significantly (up to 50%) from the preliminary estimates. The difference in the refined and preliminary estimates of the spectra can significantly affect the probabilistic estimates of the PSHA, which makes it relevant to revise the results of previous stages of this research cycle.

Keywords: earthquakes; seismic hazard, probable vibration spectra, "soft" and "hard" soils.

**For citation:** Chernov Yu.K. Empirical models for probabilistic estimates of the vibration spectra of "soft" and "hard" soils during earthquakes. *Geologiya I Geofizika Yuga Rossii = Geology and Geophysics of Russian South.* (in Russ.). 2024. 14(2): 90-106. DOI: 10.46698/VNC.2024.27.64.007

## Введение

Местные грунтово-геоморфологические условия оказывают значительное влияние на интенсивность, спектральный состав и другие характеристики сейсмических сигналов, регистрируемых при землетрясениях. Поэтому изучение «грунтового фактора» всегда было одним из приоритетных направлений в инженерной сейсмологии. За почти уже столетие таких исследований накоплены обширные знания в данной области, которые, в том числе, успешно используются в практической деятельности. Развитие данной области сейсмологии активно продолжается и в настоящее время. Усилиями многих исследователей добываются новые данные, которые способствуют дальнейшему расширению и углублению понимания природных процессов и закономерностей (см., например, [Boore, Atkinson, 2008; Sokolov, Wenzel, 2008; Akkar et al., 2014; Danciu et al., 2016]), что, в свою очередь, способствует повышению защищенности общества и окружающей среды от вредного воздействия землетрясений. Так, например, в процессе проводимых в Геофизическом институте ВНЦ РАН исследований были выявлены особенности спектров колебаний грунтов разных типов, которые, помимо познавательного значения, представляют интерес и с точки зрения совершенствования практических оценок сейсмической опасности. Например, в [Чернов, 2022] показано, что функции затухания с расстоянием спектров и производные от них спектральные характеристики или отношения спектров «мягких» и «твердых» грунтов (т.е. грунтов, близких к грунтам II и I категории СНиП по сейсмическим свойствам) не являются квази постоянными, а подвержены значительным флуктуациям в зависимости от определенных сочетаний таких параметров, как магнитуда землетрясения (М), удаленность от очага (D) и частота спектральной составляющей (f). Важно подчеркнуть, что в данном случае речь идет о вероятностных (статистических) оценках, базирующихся на доступной исходной информации о M, D и f, а не об оценках, получаемых посредством детерминистских расчетов при помощи разного рода моделей (см., например, [Фачиолли, Розендитц, 1981; Штейнберг и др., 1993; Заалишвили, 2009; Заалишвили и др., 2022]), где учитываются различные (но обычно трудно контролируемые) параметры, такие, например, как углы подхода и спектральный состав сейсмических волн, геометрия границ и физико-механические свойства грунтовых слоев и др. Данное обстоятельство делает вышеуказанные статистические модели более удобными и корректными при производстве оценок, например, в рамках, вероятностного анализа сейсмической опасности (PSHA) территорий, в то время, как возможности в принципе более точных детерминистских построений здесь ограничены из-за недостатка исходных данных, необходимых для таких расчетов.

Новые функции затухания с расстоянием спектров в тестовом режиме были испробованы при кумулятивных вероятностных оценках возможных макросейсмических балльностей и других характеристик сейсмических воздействий для ряда территорий Северного Кавказа [Чернов, 2023]. Во всех случаях получены результаты, говорящие о значительной вариабельности относительных оценок (например, «приращений балльности» в условиях «мягких» грунтов по сравнению с «твердыми») в зависимости от расположения расчетной точки и от периода повторяемости расчетного воздействия. В связи с этим встал вопрос насколько на данную вариабельность влияют именно новые функции затухания спектров. Первоначально этот вопрос был рассмотрен в порядке численного эксперимента, где в расчетах использованы умозрительные функции затухания, похожие на вышеозначенные «реальные» функции, но с некоторыми отклонениями от них. Эти эксперименты показали чувствительность результатов построений PSHA к точности исходных моделей сильных движений. Принимая во внимание это важное обстоятельство и возвращаясь к разработанным на предыдущем этапе «реальным» моделям следует подчеркнуть, что эти модели имеют предварительный характер и еще должны уточняться. В свете изложенного становится очевидной актуальность уточнения предварительных оценок. Решению этой задачи и посвящено настоящее исследование, которое является продолжением вышеописанных работ, конечная цель которых – получение новых знаний о влиянии «грунтового фактора» на формирование поля колебаний грунта при землетрясениях и совершенствование на этой базе методов прогнозирования долговременной сейсмической опасности и сейсмического риска.

## Информационная база и методика исследований

Так же, как и предварительные оценки, настоящее исследование базируется на анализе достаточно большого объема эмпирических данных о реальных землетрясениях. Различие состоит в том, что в данной работе общий объем исходных данных расширен в количественном и качественном отношении, а также в иных (более точных) способах их обработки.

В работе используются исходные данные двух типов. Первый – это данные инструментальной регистрации сильных движений. Основной объем здесь составляют те же спектры колебаний «мягких» и «твердых» грунтов, что и использованные на предыдущих этапах и подробно описанные [Чернов, 2022]. К этому основному объему добавлено еще некоторое количество спектров землетрясений М=5–7, зарегистрированных на близких расстояниях, а также спектров с М=3–4, увеличение числа которых тоже способствует повышению качества дальнейшего анализа. Эти дополнительные спектры заимствованы из баз сильных движений Strong-Motion Virtual Data Center (VDC) и Strong-Motion...; European Strong-Motion Database (ESD) и из данных по регистрации сильных движений, полученных в Институте сейсмологии АН Узбекистана (ранее Институте сейсмологии АН УзССР), в Институте морской геологии и геофизики ДВО РАН (ранее Институт морской геологии и геофизики ДВО АН СССР) и Института физики Земли РАН (ранее Института физики земли АН СССР). В таблице 1 приведены общие характеристики сформированного в итоге массива данных этого типа.

Таблица 1 / Table 1

#### Обобщенные характеристики использованных в работе данных по инструментальной регистрации колебаний грунта при землетрясениях с оценками спектров Фурье /

«Мягкие» грунты / «Soft» soils			«Твердые» грунты / «Hard» soils		
Магнитуды землетрясений / Magnitude of earthquakes	Расстояния до очага (км) / Distances to the source (km)	Количество спектров / Quantity of spectra's	Магнитуды землетрясений / Magnitude of earthquakes	Расстояния до очага (км) / Distances to the source (km)	Количество спектров / Quantity of spectra's
7 (6,5–7,3)	0,5–584	1052	7 (6,5–7,3)	0,5–658	321
6 (5,5–6,4)	0,5–405	617	6 (5,5–6,4)	0,5–423	352
5 (4,5–5,4)	0,5–201	279	5 (4,5–5,4)	1–248	228
4 (3,5–4,4)	0,5–154	276	4 (3,5–4,4)	0,5–31	102
3 (2,5–3,4)	2–48	182	3 (2,5–3,4)	2-18	63

Generalized characteristics of the data used in the research on instrumental registration of ground vibrations during earthquakes with estimates of Fourier spectra

Общее количество добавленных (по сравнению с предыдущим этапом) спектров относительно невелико (~ 3%), но их значение в действительности более существенно, так как они улучшают статистику именно в краевых сегментах рядов данных, где имеется их дефицит и наблюдаются наибольшие погрешности статистических построений. Для производства расчетов рассматриваемые спектры Фурье представлены (параметризованы) в виде наборов уровней спектральной плотности Фурье (|S|) ускорений колебаний грунта для 18-ти спектральных составляющих, частоты которых (f) равномерно (в логарифмическом масштабе) распределены в инженерном диапазоне f = 0,28–22 Гц. В итоге так же, как и в работе [Чернов, 2022] для дальнейшего анализа был подготовлен общий массив данных, состоящий из 18-ти отдельных массивов значений |S|(M,D,f). В графическом виде примеры таких массивов показаны на рисунке 1.

Второй тип исходных данных – это независимые эмпирические и модельные определения макросейсмических интенсивностей сотрясений (I) грунтов разных типов («мягких» и «твердых») при землетрясениях разных магнитуд и удаленностей. Одной из составляющих «эмпирических» данных, относящихся к «мягким» грунтам, являются разработанные разными авторами 24 известные в мире зависимости I от магнитуды землетрясения и расстояния.



Рис. 1. Примеры уровней спектральной плотности Фурье (|S|) ускорений колебаний «мягких» (черный цвет) и «твердых» (красный цвет) грунтов для различных спектральных составляющих (f) при землетрясениях с магнитудами M=7 (a) и M=5 (б) и расстояниями до очага (D). Кружки – исходные массивы данных, пунктирные линии – аппроксимирующие модели. Оси абсцисс – lgD (D в км), оси ординат – lg|S| (|S| в см/с) /

Fig. 1. Examples of Fourier spectral density levels (|S|) of accelerations of vibrations of "soft" (black) and "hard" (red) soils for various spectral components (f) in earthquakes with magnitudes M=7 (a) and M=5 (b) and distances to the source (D). Circles are the initial data arrays, stipple lines approximating models. Abscissa axes – lgD (D at km), ordinate axes – lg|S| (|S| at cm/s) Вторая составляющая здесь – это примерно 2500 оценок величины I в конкретных пунктах наблюдений, сделанных в процессе макросейсмических обследований 35-ти сильных землетрясений в разных районах мира. Сюда же относятся макросейсмические описания Алтайского землетрясения 2003 г., Нефтегорского 1995 г., Нортриджского 1994 г., Рачинского 1991 г., Приморского 1990 г., Спитакского 1988 г., Газлийских 1976 г. и 1984 г., Папского 1984 г., Назарбекского 1980 г., Империал Велли 1979 г., Исфара-Баткенского и Таваксайского 1977 г., Сан-Фернандо 1971 г., Дагестанского 1970 г., Ташкентского 1966 г., Ашхабадского 1948 г., Лесогорско-Углегорского 1924 г., Ахалкалакского 1899 г. и других сильных землетрясений. Прямые и пролонгированные ссылки на первоисточники этих данных можно найти в [The Northridge..., 1994; Геодакян и др., 1991; Газлийские..., 1986; Папское..., 1986; Исфара-Баткенское..., 1986; Назарбекское..., 1984; *Reagor* et al., 1982; San Fernando..., 1973; Дагестанское..., 1981; Ташкентское..., 1971; Сейсмическое..., 1980; Рустанович, 1967; Геодинамика..., 1997; Tatevossian et al., 1977; Составление..., 1999].

Все исходные макросейсмические данные объединены в массивы значений I с одинаковыми М. При этом указанные в первоисточниках расстояния «до разрыва», «до эпицентра» и «до гипоцентра» по аналогичным с предыдущими этапами процедурам пересчитаны в расстояния «до очага». По массивам макросейсмических данных методами подбора определены функции, оптимальным образом аппроксимирующие исходные данные при всех рассматриваемых I, M, D. Аппроксимируюцие функции подбирались в виде многочленов с приемлемым (обычно не ниже 0,9) уровнем достоверности аппроксимации.

Вышеописанные построения касаются зависимостей макросейсмической балльности только «мягких» грунтов (I<sub>мяг</sub>(M,D)), для которых есть представительные статистические данные. Для «твердых» же грунтов аналогичные зависимости (I<sub>твер</sub>(M,D)) сконструированы искусственным образом путем пересчета полученных функций I<sub>мяг</sub>(M,D) с использованием соотношений, рекомендуемых российскими нормативами и с учетом эмпирических соотношений между спектрами Фурье и величинами I (см. ниже).

Описанные функции I<sub>мят</sub>(M,D) и I<sub>твер</sub>(M,D) хотя и представляются достаточно корректными, в данном исследовании все же имеют вспомогательное значение, являясь своего рода дополнительным «камертоном» для более точной «настройки» основных для данной работы моделей спектров колебаний грунта. В этом и состоит основное отличие методики данного исследования от более простой методики предварительных оценок.

Как видно из рисунка 1 добавление к основному объему спектров из [Чернов, 2022] некоторого количества дополнительных данных (см. выше) ожидаемо не изменило общую структуру и основные качественные характеристики соотношений |S|(M,D,f). Так, по скорости изменения с расстоянием величин |S| как для «мягких», так и для «твердых» грунтов здесь последовательно, по мере удаления от очага выделяются те же, что и на предварительном этапе ближняя, промежуточная и дальняя зоны, а также две подзоны дальней зоны. Поэтому для дальнейшего определения теперь уже количественных показателей применен тот же общий подход, что и в наших предыдущих исследованиях, т.е. результирующие модели |S|(M,D,f) составлялись из двух основных частей – вероятностных оценок уровней спектров в ближних зонах землетрясений и коэффициентов затухания с расстоянием по мере удаления от них. Все основные количественные характеристики – уровни |S| для разных М и f в ближних зонах, промежуточных и дальних зонах, подзонах дальней зоны, а также соответствующие этим зонам коэффициенты затухания с расстоянием – подбирались так, чтобы результирующие оценки оптимальным образом соответствовали как всем инструментальным данным, так и не противоречили описанным выше зависимостям I(M, D).

Соответствие между спектрами колебаний и балльностями сотрясений оценивалось посредством сравнения оценок по описанным выше «традиционным» функциям I(M, D) с определяемыми через спектр Фурье так называемыми «спектральными» балльностями (I<sub>cn</sub>). Оценка величин I<sub>cn</sub> проводилась с использованием функции распределения вероятностей:

$$P[I \le i] = \prod_{j=i}^{12} \prod_{f=f_{max}}^{f_j} \left(1 - \frac{1}{\sigma_{j,f} \sqrt{2\pi}} \int_{x_{min}}^{x_{j,f}} e^{-\frac{(x-a_{j,f})^2}{2\sigma_{j,f}^2}} dx\right)^{k_f}$$
(1)

где  $a_{j,f}$  и  $\sigma_{j,f}$  обозначают, соответственно, средние значения и стандарты величин x=lg|S| приписанных балльности I=j на частотах, «ответственных» за интенсивность сотрясений f<sub>j</sub>, а также средние значения и стандарты величин x=lg|S|, приписанных балльности I=i, на частотах, больших, чем частота, «ответственная» за сейсмический эффект данной силы I=j;  $x_{j,f}$  – значение логарифма наблюденного спектра на частотах f<sub>j</sub>, а также на частотах больших частоты, «ответственной» за балльность I=j;  $x_{min}$  – равно  $a_{j,f}$  – 5 $\sigma_{j,f}$ ;  $k_f$  – показатель степени, равный единице для частот, «ответственных» за макросейсмический эффект I<sub>j</sub>, и меньше единицы для частот, больших, чем частота f<sub>j</sub>, для которых  $k_f \approx k_g/k_i$ , где  $k_g$  – эмпирически определяемый коэффициент линейной регрессии Ig|S| на I для частоты f<sub>j</sub>. Под частотами, «ответственными» за макросейсмический эффект данной силы ( $f_{orb}$ ) понимаются частоты на которых землетрясения разных магнитуд, но с одинаковой балльностью сотрясений имеют близкие уровни значений |S|(M,D) и соответственно, наименьшую дисперсию этих значений по сравнению с другими частотами рассматриваемого спектра.

Оценки наиболее вероятных значений и стандартов величин  $\lg|S|$  на частотах, «ответственных» за интенсивность сотрясений данной силы ( $f_{orb}$ ), а также самих  $f_{orb}$ , приводятся в наших предыдущих работах, ссылки на которые можно найти в [Sokolov, 2002].

Оценки I<sub>ст</sub> получены двумя способами – по значениям аргумента функции (1), при которых первая производная имеет максимальные значения (Вариант 1) и по значениям аргумента, при которых функция (1) принимает значение 0,5 (Вариант 2).

Все расчеты делались отдельно для каждой спектральной составляющей и раздельно для спектров колебаний «мягких» и «твердых» грунтов. При этом принято, что соответствующие итоговым моделям оценки |S| являются случайными величинами, имеющими логарифмически нормальное распределение при заданных M, D и f.

#### Результаты и обсуждение

Для функций затухания макросейсмических интенсивностей с расстоянием получены аппроксимирующие выражения в виде:

$$I(M,D) = a (IgD)^{3} + b (IgD)^{2} + cIgD + d, \qquad (2)$$

где

для «мягких» грунтов:  

$$a = 0,0228(M)^3 - 0,4336(M)^2 + 2,6758M - 5,2142$$
  
 $b = -0,0394(M)^3 + 0,7570(M)^2 - 4,7581M + 8,1833$  (3)  
 $c = 0,0091(M)^3 - 0,1873(M)^2 + 1,5895M - 4,2375$   
 $d = 0,0004(M)^3 - 0,0549(M)^2 + 1,5449M + 1,1196$   
для «твердых» грунтов:  
 $a = 0,0325(M)^3 - 0,6292(M)^2 + 3,9171M - 7,5410$   
 $b = -0,0559(M)^3 + 1,1400(M)^2 - 7,6072M + 14,6040$  (4)  
 $c = -0,0014(M)^3 - 0,0856(M)^2 + 1,8332M - 7,0807$ 

 $d = 0.0177(M)^3 - 0.3450(M)^2 + 2.9633M - 1.3031$ .

В выражении (2) I – в баллах MSK; D – в км.

На рисунке 2 зависимости (2)–(4) показаны в графическом виде.



Рис. 2. Модели для описания наиболее вероятных значений макросейсмической интенсивности сотрясений (I) в условиях «мягких» (a) и «твердых» (б) грунтов на разных расстояниях до очага (D) при землетрясениях разных магнитуд (цифры около кривых). Сплошные линии – значения I, соответствующие выражениям (2)–(4), пунктир – экстраполяции. Оси абсцисс – lgD (D в км), оси ординат – I (балл MSK) /

Fig. 2. Models for describing the most probable values of the macroseismic intensity of shakings (1) in conditions of "soft" (a) and "hard" (b) soils at different distances to the source (D) in earthquakes of different magnitudes (numbers near the curves). Solid lines are the values of I corresponding to formulas (2)–(4), stipple lines are extrapolations. Abscissa axes – lgD (D at km), ordinate axes – I (MSK intensity)

Согласно уточненным аппроксимациям размеры ближних зон  $r_0$ , (т.е. расстояний D, на которых значения |S|(M,D,f) по мере приближения к источнику достигают своих максимальных значений и при дальнейших уменьшениях D остаются относительно стабильными) одинаковые для всех спектральных составляющих и для «мягких» и для «твердых» грунтов в рассматриваемом диапазоне магнитуд (M=3–7) могут быть описаны выражением:

$$\lg r_0 = 0.20 \mathrm{M} - 0.70 \;. \tag{5}$$

Аналогично, размеры промежуточных или переходных зон  $r_0$  (т.е. расстояний D по которым проходят границы между промежуточными и дальними зонами) для землетрясений с M=3–7 можно описать выражением:

$$\lg r_0 = 0.25 \mathrm{M} - 0.45 \;. \tag{6}$$

В выражениях (5) и (6)  $r_0'$  и  $r_0 - в$  км.

Размеры дальней зоны (т.е. значения D, по которым проходит граница между собственно дальней зоной и первой подзоной дальней зоны) и размеры самой первой подзоны дальней зоны (т.е. пограничные расстояния D между первой и второй подзонами дальней зоны) не зависят от магнитуды землетрясения, от типа грунта («мягкий» или «твердый») и от частоты спектральной составляющей и равны 50 км и 200 км, соответственно. Вторая подзона дальней зоны – это расстояния D > 200 км для всех типов грунтов, М и f.

Наиболее вероятные значения величин |S| в зависимости от f в ближних зонах землетрясений с M=3–7, согласно уточненным аппроксимациям, можно оценить по аналитическим выражениям в виде полиномов:

$$lg|S|(M,f) = a M^2 + b M + c,$$
(7)

где,

для «мягких» грунтов:

 $a = -0,0163(lgf)^{4} + 0,0190(lgf)^{3} - 0,0072(lgf)^{2} + 0,0549lgf - 0,0570$   $b = 0,1919(lgf)^{4} - 0,0840(lgf)^{3} + 0,0082(lgf)^{2} - 1,0790lgf + 1,1403$ (8)  $c = -0,7093(lgf)^{4} - 0,2308(lgf)^{3} - 0,7075(lgf)^{2} + 5,0141lgf - 2,9535$ ДЛЯ «твердых» грунтов:  $a = -0,0088(lgf)^{4} + 0,0085(lgf)^{3} - 0,0070(lgf)^{2} + 0,0583lgf - 0,0615$   $b = 0,0864(lgf)^{4} + 0,0413(lgf)^{3} + 0,0612(lgf)^{2} - 1,1269lgf + 1,1956$ (9)  $c = -0,4329(lgf)^{4} - 0,6930(lgf)^{3} - 0,5517(lgf)^{2} + 5,1972lgf - 3,3934$ .

В выражениях (7)–(9) |S| – в см/с; f – в Гц.

В графическом виде зависимости (7)–(9) показаны на рисунке 3.



Рис. 3. Соответствующие моделям настоящего исследования (выражения (7)–(9)) наиболее вероятные уровни спектральной плотности Фурье (lg|S|) ускорений колебаний на различных частотах (f) «мягких» (сплошные линии) и «твердых» (пунктир) грунтов в ближних зонах землетрясений разных магнитуд (M). Ось абсцисс – lgf (f в Гц), ось ординат – lg|S| (|S| в см/с) / Fig. 3. Corresponding to the models of current research (formulas (7)–(9)), the most probable levels of the Fourier spectral density (lg|S|) of vibration accelerations at various frequencies (f) of "soft" (solid lines) and "hard" (stipple lines) soils in the near field of earthquakes of different magnitudes (M). The abscissa axis is lgf (f at Hz), the ordinate axis is lg|S| (|S| at cm/s)

Сравнивая графики на рисунке 3 с такими же оценками из [Чернов, 2022] можно видеть, что основная их особенность состоит в том, что соотношения в уровнях спектральной плотности Фурье ускорений колебаний «мягких» и «твердых» грунтов не являются постоянной (или приблизительно постоянной) величиной, а существенно меняются при изменении М и f. Причем уровни спектров колебаний «твердых» грунтов в высокочастотной области выше, чем спектров колебаний «мягких» грунтов и это превышение тем больше, чем выше магнитуда землетрясения. Есть и различия. Так, согласно уточненным моделям |S|(M,D,f), в ближних зонах землетрясений с M=6–7 в области средних и низких частот спектры «мягких» грунтов превышают спектры «твердых» грунтов, в то время как по предварительной версии между ними был приблизительный паритет. Данное изменение в значительной степени связано с дополнительным учетом в новых процедурах аппроксимации функций I(M,D), согласно которой при реальных землетрясениях I<sub>мяг</sub>(M,D) обычно выше, чем I<sub>твер</sub>(M,D).

Для проверки качества новых моделей, получаемые на их основе оценки сопоставлены с данными инструментальной регистрации землетрясений при  $D \le r_0$ . При этом для повышения репрезентативности в выборки для землетрясений с M=5включены спектры, зарегистрированные на расстояниях  $D \le 4,0$  км, т.е. немного заходящие в пределы промежуточной зоны. При этом спектры промежуточной зоны пересчитаны в ближнюю зону по коэффициентам затухания, определенным в процессе настоящего исследования (см. ниже). Примеры таких сопоставлений приведены на рисунке 4, на котором видна хорошая корреляция модельных оценок с центрами распределения (средними значениями) реальных массивов lg|S|(f).



Рис. 4. Примеры сопоставления уровней спектральной плотности Фурье (|S|) ускорений колебаний «мягких» (а) и «твердых» (б) грунтов (пустые кружки), зарегистрированных на различных частотах (f) в ближних зонах землетрясений разных магнитуд (M), с соответствующими оценками по аппроксимирующим моделям настоящего исследования (линии черного цвета). Линии красного цвета – средние значения, рассчитанные по реальным массивам |S|(f). Оси абсцисс – lgf (f в Гц), оси ординат – lg|S| (|S| в см/с) /

Fig. 4. Examples of comparisons of Fourier spectral density levels (|S|) of vibration accelerations of "soft" (a) and "hard" (b) soils (empty circles) recorded at different frequencies (f) in the near fields of earthquakes of different magnitudes (M) with relevant estimates based on approximating models of current research (black lines). Red lines are the average values calculated from real arrays |S|(f). The abscissa axes are lgf (f at Hz), the ordinate axes are lg|S| (|S| at cm/s) Согласно новым аппроксимациям (несколько отличающимся от предварительных вариантов), коэффициенты затухания с расстоянием (n= $\Delta$ lg|S|/ $\Delta$ lgD) в дальних зонах не зависят от магнитуды землетрясения и типа грунта («мягкие» и «твердые») и зависят от частоты спектральной составляющей. Для землетрясений с M=6-7 во всем рассматриваемом диапазоне частот (0,28-22 Гц) их можно оценить по выражению:

$$n = -0,225 lg f - 1,324$$
, (10)

где f – частота в Гц.

Выражение (10) справедливо также и для землетрясений меньших магнитуд в области частот, больших, чем корнер-частота ( $f_c$ ) по Бруну [Брун, 1981]. В области частот  $f < f_c$  значения n постоянны и равны коэффициенту затухания при  $f = f_c$ .

Коэффициенты затухания с расстоянием, рассчитанные для первой и второй подзон дальней зоны, также не зависят от типа грунта и приняты равными  $n^{**}(f) = 0,75 n(f)$  и  $n^{***}(f) = 2,5 n(f)$ , соответственно.

В промежуточных зонах коэффициенты затухания спектров «мягких» грунтов приняты равными  $n^*(f) = 0,35 n(f)$ .

В промежуточных зонах коэффициенты затухания спектров «твердых» грунтов приняты равными:

$$n^* = 0.1369(lgf)^4 + 0.1997(lgf)^3 - 0.8922(lgf)^2 - 0.1130lgf - 0.5106, \quad (11)$$

где f – частота в Гц.

Выражение (11) справедливо во всем рассматриваемом диапазоне магнитуд (M=3-7) и частот f= 0,28-22 Гц.

На рисунке 1 приведены примеры оценок наиболее вероятных значений |S|(M,D,f) для отдельных спектральных составляющих, выполненные с использованием описанных выше моделей спектров в ближних зонах и коэффициентов затухания с расстоянием за ее пределами. Этот рисунок показывает хорошее соответствие расчетных данных реально наблюдаемым параметрам колебаний «мягких» и «твердых» грунтов.

Стандартные отклонения случайных величин lg|S|(M,D,f) примерно одинаковы для «мягких и «твердых» грунтов и находятся в интервале σ<sub>lg|S|</sub>=0,29–0,41 при всех рассмотренных M, D и f.

Для выяснения реалистичности и надежности полученных результатов выполнен тест на согласованность моделей настоящего исследования с независимыми данными другого вида. Сопоставлялись значения «спектральной» балльности (см. выше), рассчитанные по модельным спектрам настоящего исследования, показанным на рисунке 2, с реальными оценками макросейсмической интенсивности сотрясений. На рисунке 5 приведены примеры таких сопоставлений, показывающие хороший уровень согласованности модельных и натурных данных.



Рис. 5. Примеры сопоставления значений I<sub>cn</sub>, рассчитанных по моделям настоящего исследования для землетрясений разных магнитуд (M) и расстояний от очага (D) для «мягких» и «твердых» грунтов с соответствующими эмпирическими функциями: I<sub>мяг</sub>(M,D) – сплошные линии и I<sub>твер</sub>(M,D) – пунктир. Пустые и залитые кружки – оценки I<sub>cn</sub> по вариантам 1 и 2, соответственно. Ось абсцисс – lgD (D в км), ось ординат – I<sub>cn</sub> и I (балл MSK) /

Fig. 5. Examples of comparisons of  $I_{sp}$  values calculated using the models of current research for earthquakes of different magnitudes (M) and distances from the source (D) for "soft" and "hard" soils with the corresponding empirical functions  $I_{soft}(M,D)$  – solid lines and  $I_{hard}(M,D)$  – stipple lines. Empty and filled circles are  $I_{sp}$  evaluations for options 1 and 2, accordingly. The abscissa axis is lgD (D at km), the ordinate axis is  $I_{sp}$ and I (MSK intensity)

Также сделана еще одна проверка разработанных моделей сильных движений на непротиворечивость и согласованность с другими данными. Для этого при помощи выражений (7)-(11) произведены оценки наиболее вероятных уровней спектров колебаний «мягких» и «твердых» грунтов при землетрясениях с разными магнитудами на расстояниях, на которых наблюдаются сотрясения силой 9, 8, 7, 6, 5 и 4 балла (см. выражения (2)-(4)). На рисунке 6 приведены примеры этих построений. Из приведенных примеров видно, что для каждого уровня I<sub>мяг</sub>(M,D) и I<sub>твер</sub>(M,D) существует узкая полоса частот, на которых уровни спектров колебаний при разных магнитудах резко сближаются (участки пересечения кривых |S|(M,D,f)) и соответственно, дисперсия значений |S|(I) здесь по сравнению с другими частотами минимальна. В таблице 2 приведены оценки этих частот и средних уровней |S|(f) на этих частотах. В этой же таблице приведены такие же определения, неоднократно выполненные нами в предыдущие годы (см. выше), но с использованием не модельных оценок, а спектров реальных землетрясений с одновременным определением I непосредственно в пунктах регистрации спектров.



Рис. 6. Примеры наиболее вероятных уровней спектральной плотности Фурье ускорений колебаний «мягких» (а) и «твердых» (б) грунтов, рассчитанных по моделям настоящего исследования для землетрясений с магнитудами M=8 (сплошная линия), M=7 (длинный пунктир), M=6 (короткий пунктир), M=5 (точечная линия), M=4 (пунктир с точкой) и M=3 (пунктир с двумя точками) и расстояний D, на которых наблюдаются соответствующие макросейсмические интенсивности сотрясений (I, MSK). Ocu абсцисс – lgf (f в Гц), оси ординат – lg|S| (|S| в см/с) /

Fig. 6. Examples of the most probable levels of Fourier spectral density of vibration accelerations of "soft" (a) and "hard" (b) soils calculated using the models of current research for earthquakes with magnitudes M=8 (solid lines), M=7 (long stipple line) M=6 (short stipple line), M=5 (dotted line) M=4(stipple line with one dot) and M=3 (stipple line with two dots) and distances D at which the corresponding macroseismic intensity of shakings (I, MSK) are observed. The abscissa axes are lgf (f e Hz), the ordinate axes are lg|S| (|S| at cm/s)

#### Таблица 2 / Table 2

Сравнение характеристик массивов спектров колебаний «мягких» и «твердых» (в скобках) грунтов, рассчитанных по моделям настоящего исследования с характеристиками, полученными ранее по данным натурных наблюдений / Comparison of the characteristics of the arrays of vibration spectra of "soft" and "hard" (in parentheses) soils calculated according to the models of this research with the characteristics obtained earlier from field observations

	Оценки по мод	елям настоящего	Оценки по натурным данным		
	исслед	ования /	(предыдущие исследования) /		
	Estimates base	ed on the models	Estimates based on natural data		
	of the pres	ent research	(previous researches)		
	Наиболее вероятные	Частота с	Наиболее вероятные	«Ответственная»	
WISK	значения lg S  (см/с) /	минимальной	значения lg S  (см/с) /	частота (Гц) /	
	The most probable	дисперсией lg S  (Гц) /	The most probable	"Responsible"	
	values $\lg  \hat{S} $ (cm/s)	Frequency with minimal	values $\lg  \hat{S} $ (cm/s)	frequency (Hz)	
		variance lg S  (Hz)			
9	2,215 (-)	1,0 (-)	2,16–2,20	1,0	
8	1,805 (1,788)	1,67 (1,67)	1,69-1,80	1,67	
7	1,235 (1,246)	3,6 (3,6)	1,22-1,28	3,6	
6	0,754 (0,754)	4,7 (4,7)	0,75-0,82	4,7	
5	0,231 (0,243)	6,0 (6,0)	0,20-0,37	6,0-7,8	
4	-0,151 (-0,239)	7,8 (7,8)	(-0,1)-(-0,32)	7,8-10,0	

Данные таблицы 2 показывают почти полное совпадение модельных и натурных оценок. Кроме того, здесь видно также хорошее соответствие между модельными оценками спектров для «мягких» и для «твердых» грунтов. Одновременно проведенный сравнительный анализ подтверждает и правильность наших предыдущих построений относительно связи наблюдаемых макросейсмических эффектов со спектрами колебаний грунта. Попутно следует сказать, что такие же оценки, выполненные с использованием моделей предварительного этапа исследования, показали существенную рассогласованность модельных и натурных определений.

Таким образом, разностороннее тестирование разработанных в процессе настоящих исследований моделей дало устойчиво положительные результаты, что свидетельствует об их реалистичности и надежности.

#### Выводы

1. Разработанные в настоящем исследовании новые варианты моделей |S|(M,D,f) «мягких» и «твердых» грунтов являются более точными и реалистичными, чем их предварительные аналоги. В то же время эти модели в целом подтверждают общий характер и структуру зависимостей, установленных на предварительном этапе, включая наличие значительной вариабельности соотношений спектров «мягких» и «твердых» грунтов в зависимости от различных сочетаний параметров М, D и f.

2. Количественные же параметры новых моделей (уровни спектров «мягких» и «твердых» грунтов и их соотношений в ближних и промежуточных зонах землетрясений; особенно больших магнитуд и особенно в области средних и низких частот) существенно (до 50%) отличаются от предварительных оценок.

3. Такая большая разница в модельных оценках спектров может значительно влиять на вероятностные оценки PSHA, что делает актуальной задачу ревизии

определений такого типа, полученных на предыдущих этапах данного цикла исследований.

#### Литература

1. Брун Дж.Н. Физика сильных движений, вызванных землетрясениями. // Сейсмический риск и инженерные решения. М.: Недра, – 1981. – С. 129–161.

2. Газлийские землетрясения 1976 и 1984 г.г. Ташкент: Фан, - 1986. 368 с.

3. Геодакян Э.Г., Голинский Г.А., Папалашвили В.Г., Хромецкая Е.А., Шебалин Н.В. Спитакское землетрясение 7 декабря 1988 г., карты изосейст. // Землетрясения в СССР в 1988 г. М.: Наука, – 1991. – С. 74–84.

4. Геодинамика тектоносферы зоны сочленения Тихого океана с Евразией. Том VI. Проблемы сейсмической опасности Дальневосточного региона. Южно-Сахалинск. – 1997. 340 с.

5. Дагестанское землетрясение 14 мая 1970 г. (Разрушительные последствия. Инженерная сейсмология. Вопросы сейсмостойкого строительства.). М.: Наука, – 1981. 265 с.

6. Заалишвили В.Б. Сейсмическое микрорайонирование территорий городов, населенных пунктов и больших строительных площадок. М.: Наука, – 2009. 349 с.

7. Заалишвили В.Б., Мельков Д.А., Никонова Н.В., Смирнова Л.Н., Уздин А.М. Характеристики пространственной неоднородности поля ускорений дневной поверхности. // Геология и геофизика Юга России. – 2022. – Т. 12. № 1. – С. 75-88. DOI: 10.46698/ VNC.2022.74.27.006.

8. Исфара-Баткенское и Таваксайское землетрясения 1977 г. Ташкент: Фан, – 1986. 152 с.

9. Назарбекское землетрясение 11 декабря 1980 г. Ташкент: Фан, - 1984. 145 с.

10. Папское землетрясение 1984 г. Ташкент: Фан, – 1986. 136 с.

11. Рустанович Д.Н. Сейсмичность территории Туркменской ССР и Ашхабадское землетрясение 1948 г. М.: Наука, – 1967. 106 с.

12. Сейсмическое районирование территории СССР. М.: Наука, - 1980. 307 с

13. Составление карты детального сейсмического районирования Ставропольского края. – 1–6. – М.: ИФЗ РАН, – 1999.

14. Ташкентское землетрясение 26 апреля 1966 г. Ташкент: Фан, - 1971. 672 с.

15. Фачиолли Э., Розендиц Д. Динамика грунтов: поведение грунта при сейсмическом воздействии, включая разжижение. // Сейсмический риск и инженерные решения. М.: Недра, – 1981. – С. 66–129.

16. Чернов Ю.К. Некоторые предварительные данные о спектрах колебаний «мягких» и «твердых» грунтов при землетрясениях разных магнитуд и удаленностей. // Геология и геофизика Юга России. – 2022. – Т. 12. № 3. – С. 61–76. DOI: 10.46698/VNC.2022.45.59.004.

17. Чернов Ю.К. О новом подходе к учету влияния «грунтового фактора» при вероятностных оценках сейсмической опасности территорий. // Геология и геофизика Юга России. – 2023 – Т. 13. № 4. – С. 55–70. DOI: 10.46698/VNC.2023.98.10.005.

18. Штейнберг В.В., Сакс М.В., Аптикаев Ф.Ф. и др. Методы оценки сейсмических воздействий (пособие). // Вопросы инженерной сейсмологии. Вып. 34. М.: Наука, – 1993. – С. 94 с.

19. Akkar S., Sandikkaya M.A., Bommer J.J. Empirical ground-motion models for point- and extended-source crustal earthquake scenarios in Europe and the Middle East. // Bulletin of Earthquake Engineering. – 2014. – Vol. 12. No. 1. – pp. 359–387. DOI: 10.1007/s10518-013-9461-4.

20. Boore D.M., Atkinson G.M. Ground-motion prediction equations for the average horizontal component of PGA, PGV, and 5%-damped PSA at spectral periods between 0.01 s and 10.0 s. // Earthquake Spectra. – 2008. – Vol. 24. No. 1. – pp. 99–138.

21. Danciu L., Kale O., Akkar S. The 2014 earthquake model of the Middle East: ground motion model and uncertainties. // Bulletin of Earthquake Engineering. – 2016. – Vol. 16. – pp. 3497–3533. DOI: 10.1007/s10518-016-9989-1.

22. Reagor B.G., Stover C.W., Algermissen S.T., Steinbrugge K.V., Hubiak P., Hopper M.G., Marnhard L.M. Preliminary evaluation of the distribution of seismic intensities, The Imperial Valley, California, Earthquake of October 15, 1979. // Geological Survey professional paper 1254, United States Government Printing Office. – 1982. – 255 p.

23. San Fernando, California, Earthquake of February 9, 1971. Vol. III. U.S. Department of Commerce National Oceanic and Atmospheric Administration. Washington, D.C. – 1973. 482 p.

24. Sokolov V.Yu. Seismic intensity and Fourier acceleration spectra: revised relationship. // Earthquake spectra. – 2002. – Vol. 18. No. 1. – pp. 161–187. DOI: 10.1193/1.1469037.

25. Sokolov V., Wenzel F. First step toward realistic ground-motion prediction for SW-Germany. // Proceedings of Workshop "Seismicity patterns in the Euro-Mediterranean Region", European Center for Geodynamics and Seismology, November 17-19, 2008, Luxemburg, – 2008. – pp. 53–68.

26. Tatevossian R.E., Albini P., Camassi R., Mokrusyina N.G., Shebalin N.V., Petrossian A.E, Analyzing and improving supporting data set of the Akhalkalak, December 31, 1899, Earthquake. // Historical and prehistorical earthquakes in the Caucasus. Ed. D. Giardini, S. Balassanian. Boston. Kluwer Academic Publishers. – 1997. – Vol. 28. – pp. 383–400.

27. The Northridge, California Earthquake of January 17. Central Reconnaissance Report. National Center For Earthquake Engineering Research. Ed. J.D. Goltz. Technical Report NCEER-94-0005, March 11, 1994.

#### References

1. Brun J.N. Physics of strong movements caused by earthquakes. Seismic risk and engineering solutions. Moscow. Nedra. 1981. pp. 129–161. (in Russ.)

2. The Gazli earthquakes of 1976 and 1984. Tashkent. Fan. 1986. 368 p. (in Russ.)

3. Geodakian E.G., Golinsky G.A., Papalashvili V.G., Khrometskaya E.A., Shebalin N.V. The Spitak earthquake of December 7, 1988, maps of the isoseist. Earthquakes in the USSR in 1988. Moscow. Nauka. 1991. pp. 74–84. (in Russ.)

4. Geodynamics of the tectonosphere of the junction zone of the Pacific Ocean with Eurasia. Vol. VI. Problems of seismic hazard in the Far Eastern region. Yuzhno-Sakhalinsk. 1997. 340 p. (in Russ.)

5. Dagestan earthquake on May 14, 1970 (Devastating consequences. Engineering seismology. Issues of earthquake engineering.). Moscow. Nauka. 1981. 265 p. (in Russ.)

6. Zaalishvili V.B. Seismic microzonation of urban territories, settlements and large building sites. Moscow. Nauka. 2009. 349 p. (in Russ.)

7. Zaalishvili V.B., Melkov D.A., Nikonova N.V., Smirnova L.N., Uzdin A.M. Characteristics of spatial inhomogeneity of the acceleration field of the day surface. Geology and Geophysics of Russian South. 2022. Vol. 12. No. 1. pp. 75–88. DOI: 10.46698/ VNC.2022.74.27.006. (in Russ.)

8. Isfara-Batken and Tavaksai earthquakes of 1977. Tashkent. Fan. 1986. 152 p. (in Russ.)

9. The Nazarbek earthquake on December 11, 1980. Tashkent. Fan. 1984. 145 p. (in Russ.)

10. The Pop earthquake of 1984. Tashkent. Fan. 1986. 136 p. (in Russ.)

11. Rustanovich D.N. Seismicity of the territory of the Turkmen SSR and the Ashgabat earthquake of 1948. Moscow. Nauka. 1967. 106 p. (in Russ.)

12. The seismic zoning of the territory the USSR. Moscow. Nauka. 1980. 307p. (in Russ.)

13. Compilation of the detailed seismic zoning map of the Stavropol Territory. 1–6. Moscow. IPE RAS. 1999. (in Russ.)

14. Tashkent earthquake on April 26, 1966. Tashkent. Fan. 1971. 672 p. (in Russ.)

15. Faciolli E., Rosenditz D. Soil dynamics: soil behavior under seismic action, including liquefaction. Seismic risk and engineering solutions. Moscow. Nedra. 1981. pp. 66–129. (in Russ.)

16. Chernov Yu.K. Some preliminary data on the vibration spectra of "soft" and "hard" soils during earthquakes of different magnitudes and distances. Geology and Geophysics of Russian South. 2022. Vol. 12. No. 3. pp. 61–76. DOI: 10.46698/VNC.2022.45.59.004. (in Russ.)

17. Chernov Yu.K. A new approach to taking into account the influence of the "ground factor" in probabilistic assessments of the seismic hazard of territories. Geology and Geophysics of Russian South. 2023. Vol. 13. No. 4. pp. 55–70. DOI: 10.46698/VNC.2023.98.10.005. (in Russ.)

18. Steinberg V.V., Saks M.V., Aptikaev F.F., et al. Methods of seismic impact assessment (manual). Problems of engineering seismology. Issue 34. Moscow. Nauka. 1993. pp. 5–94. (in Russ.)

19. Akkar S., Sandikkaya M.A., Bommer J.J. Empirical ground-motion models for point- and extended-source crustal earthquake scenarios in Europe and the Middle East. Bulletin of Earthquake Engineering. 2014. Vol. 12. No. 1. pp. 359–387. DOI: 10.1007/s10518-013-9461-4.

20. Boore D.M., Atkinson G.M. Ground-motion prediction equations for the average horizontal component of PGA, PGV, and 5%-damped PSA at spectral periods between 0.01 s and 10.0 s. Earthquake Spectra. 2008. Vol. 24. No. 1. pp. 99–138.

21. Danciu L., Kale O., Akkar S. The 2014 earthquake model of the Middle East: ground motion model and uncertainties. Bulletin of Earthquake Engineering. 2016. Vol. 16. pp. 3497–3533. DOI: 10.1007/s10518-016-9989-1.

22. Reagor B.G., Stover C.W., Algermissen S.T., Steinbrugge K.V., Hubiak P., Hopper M.G., Marnhard L.M. Preliminary evaluation of the distribution of seismic intensities, The Imperial Valley, California, Earthquake of October 15, 1979. Geological Survey professional paper 1254, United States Government Printing Office. 1982. 255 p.

23. San Fernando, California, Earthquake of February 9, 1971. Vol. III. U.S. Department of Commerce National Oceanic and Atmospheric Administration. Washington, D.C. 1973. 482 p.

24. Sokolov V.Yu. Seismic intensity and Fourier acceleration spectra: revised relationship. Earthquake spectra. 2002. Vol. 18. No. 1. pp. 161–187. DOI: 10.1193/1.1469037.

25. Sokolov V., Wenzel F. First step toward realistic ground-motion prediction for SW-Germany. Proceedings of Workshop "Seismicity patterns in the Euro-Mediterranean Region", European Center for Geodynamics and Seismology, November 17-19, 2008, Luxemburg, 2008. pp. 53–68.

26. Tatevossian R.E., Albini P., Camassi R., Mokrusyina N.G., Shebalin N.V., Petrossian A.E, Analyzing and improving supporting data set of the Akhalkalak, December 31, 1899, Earthquake. Historical and prehistorical earthquakes in the Caucasus. Ed. D. Giardini, S. Balassanian. Boston. Kluwer Academic Publishers. 1997. Vol. 28. pp. 383–400.

27. The Northridge, California Earthquake of January 17. Central Reconnaissance Report. National Center for Earthquake Engineering Research. Ed. J.D. Goltz. Technical Report NCEER-94-0005, March 11, 1994.