

УДК 539.3

DOI: 10.46698/VNC.2024.21.47.003

Оригинальная статья

О предвестнике землетрясения в сейсмоопасной горной территории

В.А. Бабешко¹, О.В. Евдокимова², О.М. Бабешко¹,
С.Б. Уафа¹, В.В. Лозовой², В.С. Евдокимов¹

¹ Кубанский государственный университет, Россия, 350040, г. Краснодар,
ул. Ставропольская, 149, e-mail: rector@kubsu.ru;

² Южный научный центр РАН, Россия, 344006, Ростов-на-Дону,
пр. Чехова, 41, e-mail: ras@ssc-ras.ru, babeshko41@mail.ru

Статья поступила: 15.04.2024, доработана: 12.06.2024, принята к публикации: 14.06.2024

Резюме: Актуальность работы состоит в необходимости дальнейшего развития применения высокоточных механико-математических методов в проблеме прогноза нарастания сейсмичности. В частности, строгих математических подходов исследования сейсмичности на горных территориях крайне мало. Целью проведенных исследований явилось решение задачи выявления условий резонансного поведения гармонически колеблющихся литосферных плит, а также горных массивов, вызываемого периодическими приливными воздействиями Луны, атмосферными и иными источниками. **Методы работы.** Применение новейших математических разработок в области механики деформируемых штампов, опубликованных в высокорейтинговых журналах. Изучается тот случай, когда разлом может иметь любую ширину и литосферные плиты могут приближаться торцами. Такая же ситуация возникает на достаточно узких горных дорогах, окруженных скальными образованиями, а также при приближении долин, где горные гряды оказываются достаточно удаленными. Применяется новейшая разработка, опирающаяся на метод блочного элемента, а также теория контактных задач с деформируемым штампом. При исследовании, использованы методы блочного элемента. **Результаты исследования.** Разработан метод учета разнотипности горных рельефов и пород за счет возможности перехода, при описании берегов трещин нового типа, к материалам изменяемых реологий и установлены дисперсионные соотношения для определения резонансных частот. Таким образом, с помощью применяемых новых методов в статье показана возможность получения соотношений, позволяющих оценивать степень опасности разрушения литосферных плит.

Ключевые слова: разломы, литосферные плиты, резонансы, землетрясение, контактная задача, деформируемые штампы, интегральное уравнение.

Благодарность: Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда, Кубанского научного фонда, региональный проект № 24-11-20006.

Для цитирования: Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М., Уафа С.Б., Лозовой В.В., Евдокимов В.С. О предвестнике землетрясения в сейсмоопасной горной территории. *Геология и геофизика Юга России*. 2024. 14(2): 33-44. DOI: 10.46698/VNC.2024.21.47.003

DOI: 10.46698/VNC.2024.21.47.003

Original paper

About earthquake precursors in an earthquake-prone mountainous area

V.A. Babeshko¹, O.V. Evdokimova², O.M. Babeshko¹,
S.B. Uafa¹, V.V. Lozovoy², V.S. Evdokimov¹

¹ Kuban State University, 149 Stavropol Str., Krasnodar 350040, Russian Federation,
e-mail: rector@kubsu.ru;

² Southern Scientific Center, Russian Academy of Sciences, 41 Chekhov Ave.,
Rostov-on-Don 344006, Russian Federation,
e-mail: ras@ssc-ras.ru, babeshko41@mail.ru

Received: 15.04.2024, revised: 12.06.2024, accepted: 14.06.2024

Abstract: The relevance of the work lies in the need for further development of the use of high-precision mechanical and mathematical methods in the problem of forecasting the increase in seismicity. In particular, there are very few rigorous mathematical approaches to studying seismicity in mountainous areas. **The purpose of the research** was to solve the problem of identifying the conditions of resonant behavior of harmoniously vibrating lithospheric plates, as well as mountain ranges caused by periodic tidal influences of the Moon, atmospheric and other sources. **Methods.** Application of the latest mathematical developments in the field of deformable stamp mechanics, published in highly rated journals. The case is being studied when a fault can have any width and lithospheric plates can approach with their ends. The same situation occurs on fairly narrow mountain roads surrounded by rock formations, as well as when approaching valleys where mountain ranges are quite remote. The latest development is applied, based on the block element method, as well as the theory of contact problems with a deformable stamp. In the study, block element methods were used. **Results.** A method has been developed to account for the diversity of mountain reliefs and rocks due to the possibility of transition, when describing the crack edges of a new type, to materials of variable rheologies and dispersion relations have been established to determine resonant frequencies. Thus, using the applied new methods, the article shows the possibility of obtaining ratios that allow assessing the degree of destruction danger for lithospheric plates.

Keywords: faults, lithospheric plates, resonances, earthquake, contact problem, deformable stamps, integral equation.

Acknowledgments: The research was carried out with the financial support of the Russian Science Foundation, the Kuban Science Foundation, regional project No. 24-11-20006.

For citation: Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M., Uafa S.B., Lozovoy V.V., Evdokimov V.S. About earthquake precursors in an earthquake-prone mountainous area. *Geologiya i Geofizika Yuga Rossii = Geology and Geophysics of Russian South*. (in Russ.). 2024. 14(2): 33-44. DOI: 10.46698/VNC.2024.21.47.003

Введение

В ранее опубликованной работе авторов [Евдокимова и др., 2022], с использованием трещин нового типа, построены дисперсионные уравнения, служащие целям вычисления резонансных частот, справедливых только для удаленных литосферных плит. В настоящей работе этот недостаток устраняется. Разработаны методы,

позволяющие строить дисперсионные соотношения для определения резонансных частот для случаев любой близости торцов литосферных плит. Этот подход позволил исследовать малоизученные некоторые вопросы оценки сейсмического состояния в горных местностях, имеющих протяженные дороги или ущелья. Они зачастую играют важнейшую роль для коммуникаций в горных местностях, часто, связанную с жизнедеятельностью проживающего там населения.

В работе, наряду с вопросами сейсмичности, связанными с литосферными плитами, изучается вопрос сейсмичности территории в горной местности, имеющей ущелья, которые можно интерпретировать как трещины нового типа. В частности, эти ущелья могут служить целям коммуникаций, с проложенными дорогами или с горными реками. Окружающие их горы могут рассматриваться как берега трещин нового типа. Как и в предыдущей работе, главную роль в исследовании играют обнаруженные ранее и еще малоизученные трещины нового типа [Babeshko et al., 2019; Babeshko et al., 2021]. Охват всех диапазонов изменения параметров трещин нового типа является главной задачей исследования, позволяющей более широко использовать этот механико-математический объект в практическом применении. Важным, при использовании трещин нового типа, является возможность, пусть приближенная, учета деформируемости и изменяемости материалов разной реологии как основания в вершине трещины, так и ее берегов. Новым является возможность приближенного учета влияния горных массивов как штампов некоторой аппроксимирующей реологии, которую можно изменять, используя некоторые ориентиры, определяемые характером распространяющихся там волн [Бабешко и др., 2021]. В условиях отсутствия иных подходов, предлагаемый метод может служить некоторым приближением для оценки сейсмической обстановки в горных регионах.

Вопросам оценки сейсмичности территорий и применения различных методов и способов прогноза землетрясений и ущерба, следующих за ними оползней и селей, посвящено значительное число важных работ, облегчающих дальнейшие исследования. Следует упомянуть многочисленные предвестники землетрясений, а также подходы и методы, изложенные в работах [Заалишвили и др., 2021; Чернов, 1989; Lu et al., 2007; Chernov et al., 2020; Садовский и др., 1987; Xia et al., 2004; Xia et al., 2005; Geller, 1997; Kagan, 1997; Keer, 1979; Main, Meredith, 1989; Mogi, 1967; Scholz et al., 1973; Wyss, 1991; Atkinson, 1981; Mitchell et al., 2013; Mitchell et al., 2015; Togo, 2011 и др.], каждая из которых, несомненно, содействовала развитию новых методов прогноза, в том числе, и с применением трещин нового типа.

Постановка задачи

Считаем, с учетом необходимости дальнейшего исследования граничных задач для линейно деформируемых тел, что приливные воздействия на литосферные плиты поверхности Земли описываются комплексной функцией $e^{-i\omega t}$. Она сокращается в уравнениях и приводит их к стационарной граничной задаче для амплитуд. На ее верхней границе вводится декартова система координат с осями Ox_1 , Ox_2 в касательной плоскости и Ox_3 по нормали. Примеры моделируемых ущелий-трещин в горных грядках приводятся на рисунках 1, 2, 3.



Рис. 1. Алагирское ущелье. Северная Осетия / Fig. 1. Alagir gorge. North Ossetia

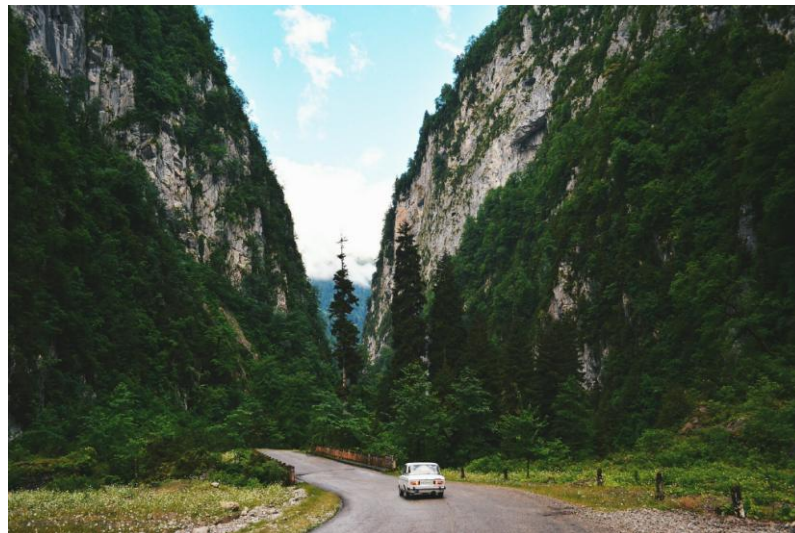


Рис. 2. Бзыбское ущелье в Абхазии / Fig. 2. The Vzyb gorge of Abkhazia

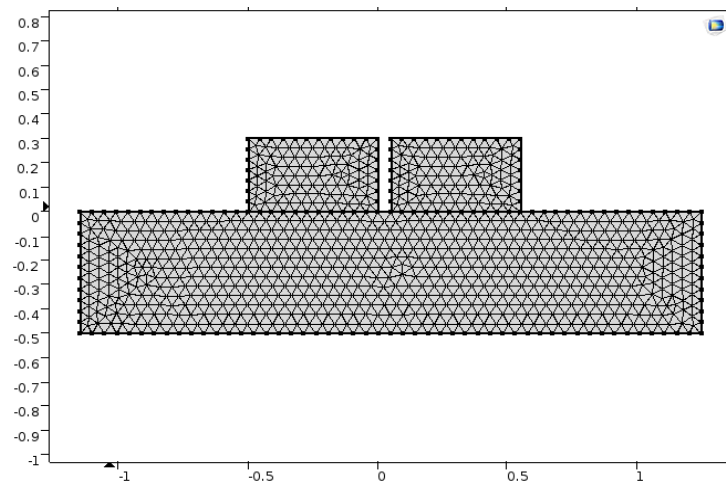


Рис. 3. Модель литосферных плит на основании, разделенных ущельем / Fig. 3. Model of lithospheric plates on a base separated by a gorge.

Рассмотрим случай, когда материал описывается уравнениями Гельмгольца. Материал в зоне трещин описывается дифференциальными уравнениями Гельмгольца (рис. 3):

$$\begin{aligned} & [\partial^2 x_1 + \partial^2 x_2 + p^2] \varphi_{-A1}(x_1, x_2) = g(x_1, x_2), \quad g(x_1, x_2) = q(x_1, x_2) - t(x_1, x_2), \\ & \Omega_{-A}(-\infty \leq x_1 \leq -A, |x_2| \leq \infty), \quad p^2 = c\omega^2 \\ & [\partial^2 x_1 + \partial^2 x_2 + p^2] \varphi_{A1}(x_1, x_2) = g(x_1, x_2), \quad g(x_1, x_2) = q(x_1, x_2) - t(x_1, x_2), \\ & \Omega_A(A \leq x_1 \leq \infty, |x_2| \leq \infty) \end{aligned} \tag{1}$$

с граничными условиями

$$\varphi_{-A1}(x_1, x_2) = \varphi(-A, x_2), \quad x_1 \rightarrow -A, \quad \varphi_{A1}(x_1, x_2) = \varphi(A, x_2), \quad x_1 \rightarrow A,$$

Введя соотношение:

$$\varphi(x_1, \alpha_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x_1, x_2) e^{i\alpha_2 x_2} dx_2,$$

получаем одномерную граничную задачу с параметром α_2 :

$$\begin{aligned} & (\partial^2 x_1 + k^2) \varphi_{-A1}(x_1, \alpha_2) = g_{-A1}(x_1, \alpha_2), \quad \Omega_{-A}(-\infty \leq x_1 \leq -A), \quad k^2 = p^2 - \alpha_2^2 \\ & (\partial^2 x_1 + k^2) \varphi_{A1}(x_1, \alpha_2) = g_{A1}(x_1, \alpha_2), \quad \Omega_A(A \leq x_1 \leq \infty,) \\ & g_{-A1}(x_1, \alpha_2) = q_{-A1}(x_1, \alpha_2) - t_{-A1}(x_1, \alpha_2), \quad g_{A1}(x_1, \alpha_2) = q_{A1}(x_1, \alpha_2) - t_{A1}(x_1, \alpha_2), \\ & \varphi(x_1) = \varphi(x_1, \alpha_2), \quad \varphi(x_1, \alpha_2) = \varphi(\pm A, \alpha_2), \quad x_1 \rightarrow \pm A, \\ & \varphi_{-A1}(x_1, \alpha_2) = \varphi(-A, \alpha_2), \quad x_1 \rightarrow -A, \quad \varphi_{A1}(x_1, \alpha_2) = \varphi(A, \alpha_2), \quad x_1 \rightarrow A, \end{aligned} \tag{2}$$

Параметр α_2 временно опускается до конца статьи.

$$\begin{aligned} & (\partial^2 x_1 + k^2) \varphi_{-A1}(x_1) = g_{-A1}(x_1), \quad \Omega_{-A}(-\infty \leq x_1 \leq -A), \quad k^2 = p^2 - \alpha_2^2 \\ & (\partial^2 x_1 + k^2) \varphi_{A1}(x_1) = g_{A1}(x_1), \quad \Omega_A(A \leq x_1 \leq \infty,) \\ & g_{-A1}(x_1) = q_{-A1}(x_1) - t_{-A1}(x_1), \quad g_{A1}(x_1) = q_{A1}(x_1) - t_{A1}(x_1), \\ & \varphi(x_1) = \varphi(x_1), \quad g(x_1) = g(x_1), \quad \varphi(x_1) = \varphi(\pm A), \quad x_1 \rightarrow \pm A, \\ & \varphi_{-A1}(x_1) = \varphi(-A), \quad x_1 \rightarrow -A, \quad \varphi_{A1}(x_1) = \varphi(A), \quad x_1 \rightarrow A, \end{aligned} \tag{3}$$

Применяемый метод исследования

Строятся упакованные блочные элементы, порождаемые граничной задачей (3) [Babeshko et al., 2021]:

$$\begin{aligned} \omega_{-A1}(\alpha_1) &= -i(\alpha_1 + k)\varphi_{-A1}(-C)e^{-i\alpha_1 C} + Q_{-A1}(-k)e^{-i(\alpha_1+k)C} - \\ & - Q_{-A1}(\alpha_1) - T_{-A1}(-k)e^{-i(\alpha_1+k)C} + T_{-A1}(\alpha_1) \\ \omega_{A1}(\alpha_1) &= i(\alpha_1 - k)\varphi_{A1}(A)e^{i\alpha_1 A} + Q_{A1}(k)e^{i(\alpha_1-k)A} - Q_{A1}(\alpha_1) - T_{A1}(k)e^{i(\alpha_1-k)A} + T_{A1}(\alpha_1) \end{aligned}$$

Здесь приняты обозначения заглавными буквами преобразований Фурье строчных:

$$\Phi(\alpha_1) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x_1) e^{i\alpha_1 x_1} dx_1$$

$$\varphi_r(x_1) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_r(\alpha_1) e^{-i\alpha_1 x_1} d\alpha_1, \quad \Phi_r(\alpha_1) = \frac{\omega_r(\alpha_1)}{N(\alpha_1)}, \quad r = A, -A, \quad (4)$$

$$N(\alpha_1) = (\alpha^2 - k^2)$$

Контактная задача для основания и литосферных плит

Применяется контакт без трения.

Уравнения контактной задачи имеют вид [Ворович, Бабешко, 1979]:

$$\iint_{\Omega_{-A}} k(x_1 - \xi_1, x_2 - \xi_2) q_{-A}(\xi_1, \xi_2) d\xi_1 d\xi_2 +$$

$$+ \iint_{\Omega_A} k(x_1 - \xi_1, x_2 - \xi_2) q_A(\xi_1, \xi_2) d\xi_1 d\xi_2 = u_r(x_1, x_2), \quad x_1, x_2 \in \Omega_r, \quad r = -A, A, \quad (5)$$

$$\langle \alpha, x \rangle = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2, \quad k(x_1, x_2) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{R^2} K(\alpha_1, \alpha_2) e^{-i(\alpha, x)} d\alpha_1 d\alpha_2$$

$$K(\alpha_1, \alpha_2) = O(v^{-1}), \quad u = \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2} \rightarrow \infty.$$

Пример, функция $K(\alpha_1, \alpha_2)$ имеет вид:

$$K(u) = x_2^2 (\sigma_1 \text{sh} \sigma_1 \text{ch} \sigma_2 - u^2 \sigma_2^{-1} \text{sh} \sigma_2 \text{ch} \sigma_1) \Delta^{-1}(u)$$

$$\Delta(u) = u^2 (2u^2 - \theta_2^2) + u^2 \sigma_1^{-1} \sigma_2^{-1} \text{sh} \sigma_1 \text{sh} \sigma_2 [2u^4 - (\theta_1^2 + 2\theta_2^2)u^2 + \theta_1^2 \theta_2^2 + 0,25\theta_2^4]$$

$$- \text{ch} \sigma_1 \text{ch} \sigma_2 (2u^4 - \theta_2^2 u^2 + 0,25\theta_2^4), \quad \sigma_1 = \sqrt{u^2 - \theta_1^2}, \quad \sigma_2 = \sqrt{u^2 - \theta_2^2}$$

$$\theta_1^2 = (\lambda + 2\mu)^{-1} \rho \omega^2 h^2, \quad \theta_2^2 = \mu^{-1} \rho \omega^2 h^2$$

Система уравнений упрощается до следующего вида:

$$u_r(x_1) = \int_{-\infty}^{-A} k(x_1 - \xi_1) q_{-A}(\xi_1) d\xi_1 + \int_A^{\infty} k(x_1 - \xi_1) q_A(\xi_1) d\xi_1,$$

$$k(x_1) = k(x_1, \alpha_2), \quad q_r(\xi_1) = q_r(\xi_1, \alpha_2), \quad (6)$$

$$k(x_1) = k(x_1, \alpha_2) \quad k(x_1) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K(\alpha_1) e^{-i\alpha_1 x_1} d\alpha_1,$$

$$K(\alpha_1) = K(\alpha_1, \alpha_2), \quad u_r(x_1) = u_r(x_1, \alpha_2), \quad r = -A, A$$

Асимптотика нулей имеет вид [Ворович, Бабешко, 1979]:

$$\xi_{s_n} = iv(s+0.5)(1+o(1)), \quad s \rightarrow \infty, \quad z_{m_n} = ivm(1+o(1)), \quad m \rightarrow \infty, \quad v = \text{const} > 0.$$

Некоторое конечное число нулей и полюсов может быть вещественным. В этом случае представление ядра дается контурным интегралом вида:

$$k(x_1) = \frac{1}{2\pi} \int_{\gamma} K(\alpha_1) e^{-i\alpha_1 x_1} d\alpha_1.$$

Контур γ совпадает с вещественной осью всюду, кроме зон вещественных полюсов, которые обходятся им по полуокружностям малого радиуса [Ворович, Бабешко, 1979].

Для решения задачи продолжим систему интегральных уравнений (6) на всю ось, добавив справа на отрезке $[-A, A]$ новую неизвестную функцию $w(x_1)$, представляющую перемещение поверхности среды в промежутке между штампами.

О факторизационном методе Винера-Хопфа

Приравняв перемещения, имеем в двойственном пространстве:

$$u_r(x_1) = \varphi_r(x_1), \quad x_1 \in \Omega_r, \quad r = -A, A$$

$$K(\alpha_1)Q_{-A1}(\alpha_1) = (\alpha_1^2 - k^2)^{-1}[-Q_{-A1}(\alpha_1) + S_{-A1}],$$

$$[K(\alpha_1) + (\alpha_1^2 - k^2)^{-1}]Q_{-A1}(\alpha_1) = (\alpha_1^2 - k^2)^{-1}S_{-A1}]$$

$$K(\alpha_1)Q_{A1}(\alpha_1) = (\alpha_1^2 - k^2)^{-1}[-Q_{A1}(\alpha_1) + S_{A1}],$$

$$[K(\alpha_1) + (\alpha_1^2 - k^2)^{-1}]Q_{A1}(\alpha_1) = (\alpha_1^2 - k^2)^{-1}S_{A1}]$$

$$S_{-A1} = -i(\alpha_1 + k)\varphi_{-A1}(-A)e^{-i\alpha_1 A} + Q_{-A1}(-k)e^{-i(\alpha_1+k)A} - T_{-A1}(-k)e^{-i(\alpha_1+k)A} + T_{-A1}(\alpha_1)$$

$$S_{A1} = i(\alpha_1 - k)\varphi_{A1}(A)e^{i\alpha_1 A} + Q_{A1}(k)e^{i(\alpha_1-k)A} - T_{A1}(k)e^{i(\alpha_1-k)A} + T_{A1}(\alpha_1)$$

Это дает соотношение:

$$\begin{aligned} K_1(\alpha_1)Q_1^-(\alpha_1) + W_1(\alpha_1) + K_1(\alpha_1)Q_1^+(\alpha_1) = \\ = (\alpha_1^2 - k^2)^{-1}(S_1^- + S_1^+), \quad K_1(\alpha_1) = [K(\alpha_1) + (\alpha_1^2 - k^2)^{-1}] \end{aligned} \tag{7}$$

Здесь $W_1(\alpha_1)$ – преобразование Фурье свободной от напряжений зоны между штампами. Для сомкнувшихся торцов, имеем $W_1(\alpha_1) = 0$, что приводит к уравнению:

$$K_1(\alpha_1)Q_1^-(\alpha_1) + K_1(\alpha_1)Q_1^+(\alpha_1) = (\alpha_1^2 - k^2)^{-1}(S_1^- + S_1^+). \tag{8}$$

Введем обозначения:

$$Q_1^-(\alpha_1) \equiv Q_{-A1}(\alpha_1), \quad S_1^- \equiv S_{-A}(\alpha_1), \quad Q_1^+(\alpha_1) \equiv Q_{A1}(\alpha_1), \quad S_1^+(\alpha_1) \equiv S_A(\alpha_1).$$

Знак плюс означает регулярность аналитической функции комплексного переменного в верхней полуплоскости, а минус – в нижней.

Об интегральном уравнении на конечном отрезке

Разделив (7) на $K(\alpha_1)$, имеем:

$$Q_1^-(\alpha_1) + K_1^{-1}(\alpha_1)W_1(\alpha_1) + Q_1^+(\alpha_1) = K_1^{-1}(\alpha_1)(\alpha_1^2 - k^2)^{-1}(S_1^- + S_1^+). \tag{9}$$

Представив (9) в интегральном виде, получим:

$$\begin{aligned} \int_{-A}^A k_{11}(x_1 - \xi_1)w_{11}(\xi_1)d\xi_1 = f_{11}(x_1), \quad |x_1| \leq A, \quad w_{11}(\xi_1) = w_{11}(\xi_1, \alpha_2), \\ k_{11}(x_1) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K_1^{-1}(\alpha_1)e^{-i\alpha_1 x_1} d\alpha_1, \quad K_1^{-1}(\alpha_1) = P_1^{-1}(\alpha_1)R_1(\alpha_1), \quad k_{11}(x_1) = k_{11}(x_1, \alpha_2) \end{aligned} \tag{10}$$

Имеем:

$$f_{11}(x_1) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K_1^{-1}(\alpha_1)(\alpha_1^2 - k^2)^{-1}(S_1^- + S_1^+)e^{-i\alpha_1 x_1} d\alpha_1, \quad |x_1| \leq A.$$

Функция $K_1^{-1}(\alpha_1)$ имеет поведение:

$$K_1^{-1}(\alpha_1) = O(|\alpha_1|), \quad |\alpha_1| \rightarrow \infty.$$

Вынесем дифференциальный оператор и решим уравнение, имеем:

$$\begin{aligned} (-\partial^2 + \tau^2) \int_{-A}^A n_{11}(x_1 - \xi_1)w_{11}(\xi_1)d\xi_1 = f_{11}(x_1), \\ n_{11}(x_1) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} (\alpha_1^2 + \tau^2)^{-1} K_1^{-1}(\alpha_1)e^{-i\alpha_1 x_1} d\alpha_1, \quad N_{11}(\alpha_1) = (\alpha_1^2 + \tau^2)^{-1} K_1^{-1}(\alpha_1) \end{aligned}$$

$$\int_{-A}^A n_{11}(x_1 - \xi_1) w_{11}(\xi_1) d\xi_1 = f_{11}(x_1) + c_{11} e^{\tau x_1} + c_{12} e^{-\tau x_1} \quad (11)$$

$$f_{11}(x_1) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K_1^{-1}(\alpha_1) (\alpha_1^2 + \tau^2)^{-1} (\alpha_1^2 - k^2)^{-1} (S_1^- + S_1^+) e^{-i\alpha_1 x_1} d\alpha_1, \quad |x_1| \leq A$$

Получим решение в виде:

$$w_{11}(x_1) = \frac{m_{11}(x_1) + c_{11} m_{12}(x_1) + c_{12} m_{13}(x_1)}{\pi Q_{\frac{1}{2}}(chA) \sqrt{2chA - 2chx_1}}. \quad (12)$$

Здесь $m_{rs}(x_1)$ – некоторые непрерывные функции, появляющиеся в процессе. Решения интегрального уравнения являются известными. $Q_{\frac{1}{2}}(chA)$ – функция Лежандра [Гохберг, Крейн, 1967].

Для непрерывности $w_{11}(x_1)$ необходимо, чтобы она обращалась в нули в точках $x_1 = \pm A$. Это приводит к уравнениям:

$$c_{11} m_{12}(A) + c_{12} m_{13}(A) + m_{11}(A) = 0$$

$$c_{11} m_{12}(-A) + c_{12} m_{13}(-A) + m_{11}(-A) = 0$$

Из них имеем:

$$c_{11} = \Delta^{-1} [m_{11}(-A) m_{13}(A) - m_{11}(A) m_{13}(-A)]$$

$$c_{12} = \Delta^{-1} [m_{11}(A) m_{12}(-A) - m_{11}(-A) m_{12}(A)]$$

$$\Delta = m_{12}(A) m_{13}(-A) - m_{12}(-A) m_{13}(A)$$

Определив постоянные c_{11} , c_{12} , изучим дисперсионное уравнение Воровича И.И. [Ворович, 1979а; 1979б]. Возьмем соотношения:

$$Q_1^+(\alpha_1) + Q_1^-(\alpha_1) = K_1^{-1}(\alpha_1) (\alpha_1^2 - k^2)^{-1} (S_1^- + S_1^+) - K_1^{-1}(\alpha_1) W_1(\alpha_1).$$

$$Q_{-A1}(\alpha_1) \equiv Q_1^+(\alpha_1) = \{K_1^{-1}(\alpha_1) (\alpha_1^2 - k^2)^{-1} (S_1^- + S_1^+) - K_1^{-1}(\alpha_1) W_1(\alpha_1)\}^+$$

$$Q_{-A1}(\alpha_1) \equiv Q_1^-(\alpha_1) = \{K_1^{-1}(\alpha_1) (\alpha_1^2 - k^2)^{-1} (S_1^- + S_1^+) - K_1^{-1}(\alpha_1) W_1(\alpha_1)\}^-$$

Осуществим разложение правых частей этих выражений, выделив функционалы $Q_{A1}(k)$ и $Q_{-A1}(-k)$. В результате получим соотношения:

$$Q_{A1}(\alpha_1) = Q_{A1}(k) R_1^+(\alpha_1) + Q_{-A1}(-k) R_2^+(\alpha_1) + R_3^+(\alpha_1) \quad (13)$$

$$Q_{-A1}(\alpha_1) = Q_{A1}(k) R_1^-(\alpha_1) + Q_{-A1}(-k) R_2^-(\alpha_1) + R_3^-(\alpha_1)$$

Внеся в эти соотношения последовательно $\alpha_1 = k$ в первое, затем $\alpha_1 = -k$ во второе и, вычислив функционалы из полученной алгебраической системы уравнений, получим их значения в виде:

$$Q_{A1}(k) = \Delta_1^{-1} \langle R_3^+(k) [1 - R_2^-(k)] + R_3^-(k) R_2^+(k) \rangle$$

$$Q_{-A1}(-k) = \Delta_1^{-1} \langle R_3^+(k) R_1^-(k) - R_3^-(k) [1 - R_2^+(k)] \rangle$$

$$\Delta_1(k) = [1 - R_1^+(k)] [1 - R_2^-(k)] - R_2^+(k) R_1^-(k)$$

С учетом того, что, k зависит от ω , получили предсказанное академиком И.И. Воровичем следующее соотношение:

$$[1 - R_1^+(k)] [1 - R_2^-(k)] - R_2^+(k) R_1^-(k) = 0. \quad (14)$$

Пример. Ввиду того, что изучение разработанным методом поиска предвестников землетрясений для реальной ситуации сложно, что будет делаться с привлечением аппаратных средств в будущем, в качестве примера рассмотрим модельную задачу, содержащую все элементы построений настоящей статьи.

Рассмотрим тот случай, когда в соотношениях (6) функция $K(\alpha_1)$ является мероморфной, имеющей счетное число нулей z_m и полюсов ξ_r , зависящих от частоты колебаний и растущих с ее ростом, что свойственно динамическим контактными задачам. Среди этих нулей и полюсов конечное число должно быть вещественных [Ворович, Бабешко, 1979]. Для получения качественной картины, ограничимся рассмотрением того случая, когда мероморфная функция урезается путем оставления лишь конечного числа вещественных полюсов, что сохраняет возбуждение волн. Тем самым, сможем получить качественную картину, которая может служить и первым приближением к реальной.

Ради краткости, рассмотрим в (6) тот случай, когда: $K(u) = (u^2 - A^2)^{-1}$, $A > 0$
 $K^{-1}(\eta) = K^{-1}(-\eta)$, $F(\eta) = F(-\eta)$, $f(x) = F(\eta)(e^{-i\eta x} + e^{i\eta x}) = 2F(\eta) \cos \eta x$.

Тогда имеем: $N_{11}(u) = (u^2 - A^2)(u^2 - B^2)^{-1}$, $\tau = iB$,

$f(x) = F(\eta)(e^{-i\eta x} + e^{i\eta x}) = 2F_1(\eta)(\eta^2 - B^2)^{-1} \cos \eta x + c \cos Bx$, $F_1(\eta) = F(\eta)(\eta^2 - B^2)^{-1}$.

В этом случае преобразование Фурье ядра интегрального уравнения имеет вещественными по одному положительному нулю, $u = A$, и полюсу, $u = B$.

В том случае, если у функции $N_{11}(u)$ имеется счетное число нулей z_m и полюсов ξ_r , интегральное уравнение (6) одним из методов приводится к бесконечной системе линейных алгебраических уравнений вида [Ворович, Бабешко, 1979]:

$$\sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\xi_r - z_m} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{\xi_r + z_m} e^{i z_m 2a} \right) X_m(\pm) = -D_1(\eta)F(\eta)e^{-i\eta a} - cD_2(\eta)e^{-iBa} \tag{15}$$

Здесь приняты обозначения правой части $f(x) = F(\eta)e^{-i\eta x}$.

$D_s(\eta)$ – некоторые рациональные функции.

Решение интегрального уравнения ищется в виде разложения:

$$q(x) = D_3(\eta)(x+a)e^{-i\eta x} + \sum_{m=1}^{\infty} (A_{m+} e^{i z_m (a+x)} + A_{m-} e^{i z_m (a-x)}), \quad (A_{m+} \pm A_{m-}) = X_m(\pm).$$

Переходя в системе (15) к урезанному интегральному уравнению, оно приводит к конечной одномерной алгебраической системе вида:

$$\left(\frac{e^{-iAa}}{B-A} + \frac{1}{B+A} e^{iAa} \right) X_1(+) = -D_1(\eta)F(\eta)e^{-i(\eta+A)a} - cD_2(\eta)e^{-i(B+A)a}$$

При определении постоянной c из этого уравнения, ясно, что дисперсионное уравнение является коэффициентом при неизвестном в левой части, в котором $A = A(\omega)$. Определяя нули функции

$$\frac{e^{-iAa}}{B-A} + \frac{e^{iAa}}{B+A} = 0$$

выясняем, что они строятся графически как пересечение тангенсоид с прямой второго и четвертого квадрантов из уравнения:

$$\operatorname{tg} \tau_p = -\frac{\tau_p}{aB}, \quad p=1,2,\dots$$

Асимптотическое представление нулей дается соотношением:

$$A_p = \frac{\tau_p}{a} = \left(p\pi + \frac{\pi}{2}\right) \frac{1}{a}.$$

Отсюда видно, что чем более узким будет ущелье, тем выше должна быть частота сейсмической волны, приводящей к резонансу.

Выводы

Полученный в работе результат демонстрирует метод построения резонансного уравнения для разлома, описываемого трещиной нового типа в средах различных реологий, которые можно вводить описанным способом, опираясь на подход [Babeshko et al., 2021]. Полученный результат показал, что не только отдельная изолированная литосферная плита, но и сблизившиеся на любое расстояние литосферные плиты имеют, при колебании, изолированные резонансы, повышающие уровень сейсмичности. Полученный результат может давать определенные ориентиры для оценки сейсмичности на горных территориях, принимая в качестве трещин нового типа ущелья, а также дороги или долины, окруженные горами, поскольку применяемый метод справедлив для любых значений параметров ширины разлома.

Литература

1. Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М. Фрактальные свойства блочных элементов и новый универсальный метод моделирования. // Доклады Академии наук. – 2021. – Т. 499. № 1. – С. 30–35. DOI: 10.31857/S2686740021040039.
2. Ворович И.И. Резонансные свойства упругой неоднородной полосы. // Доклады Академии наук СССР. – 1979а. – Т. 245. № 5. – С. 1076–1079.
3. Ворович И.И. Спектральные свойства краевой задачи теории упругости для неоднородной полосы. // Доклады Академии наук СССР. – 1979б. – Т. 245. № 4. – С. 817–820.
4. Ворович И.И., Бабешко В.А. Динамические смешанные задачи теории упругости для неклассических областей. М.: Наука, – 1979. 320 с.
5. Гохберг И.Ц., Крейн М.Г. Теория вольтерровых операторов в гильбертовом пространстве и ее приложения. М.: Наука, – 1967. 508 с.
6. Евдокимова О.В., Бабешко В.А., Павлова А.В., Евдокимов В.С., Бабешко О.М. Об одном новом предвестнике повышенной сейсмичности. // Геология и геофизика Юга России. – 2022. – Т. 12. № 4. – С. 47–58. DOI: 10.46698/VNC.2022. 80.98.004.
7. Заалишвили В.Б., Мельков Д.А., Габараев А.Ф., Мерзликин Т.И. Нелинейные колебания грунтовой толщи по инструментальным и численным данным. // Геология и геофизика Юга России. – 2021. – Т. 11. №4. – С. 70–82. DOI: 10.46698/VNC.2021.77.59.006.
8. Садовский М.А., Болховитинов Л.Г., Писаренко В.Ф. Деформирование геофизической среды и сейсмический процесс. М.: Наука, – 1987. 104 с.
9. Чернов Ю.К. Сильные движения грунта и количественная оценка сейсмической оценки территории. Ташкент: Фан, – 1989. 296 с.
10. Atkinson V. Earthquake prediction. // Physics in Technology. – 1981. – Vol. 12. No. 2. – pp. 60–68. DOI: 10.1088/0305-4624/12/2/i04.
11. Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M. A New Type of Cracks Adding to Griffith-Irwin Cracks. // Doklady Physics. – 2019. – Vol. 64. No. 3. – pp. 102–105. DOI: 10.1134/S10283358191030042.

12. Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M. Earthquakes and Cracks of New Type Complementing the Griffith–Irwin’s Crack. // *Advanced Structured Materials*. Eds. H. Altenbach, V.A. Eremeyev, L.A. Igumnov. – 2021. – pp. 11–26. DOI: 10.1007/978-3-030-54928-2.
13. Chernov Yu.K., Zaalishvili V.B., Chernov A.Yu. Strong ground motion simulation for forecasting the probable seismic impacts in the territory of the Republic of North Ossetia-Alania. // *Izvestiya, Physics of the Solid Earth*. – 2020. – Vol. 56. No. 5. – pp. 644–655. DOI: 10.1134/S1069351320050018.
14. Geller R.J. Earthquake prediction: a critical review. // *Geophysical Journal International*. – 1997. – Vol. 131. Issue 3. – pp. 425–450. DOI: 10.1111/j.1365-246X.1997.tb06588.x.
15. Kagan Y.Y. Are earthquake predictable? // *Geophysical Journal International*. – 1997. – Vol. 131. Issue 3. – pp. 505–525. DOI: 10.1111/j.1365-246X.1997.tb06595.x.
16. Keer R.A. Earthquake prediction: Mexican quake shows one way to look for the big ones. // *Science*. – 1979. – Vol. 203. Issue 4383. – pp. 860–862.
17. Lu X., Lapusta N., Rosakis A.J. Pulse-like and crack-like ruptures in experiments mimicking crustal earthquakes. // *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*. – 2007. – Vol. 104. Issue 48. – pp. 18931–18936.
18. Main I.G., Meredith P.G. Classification of earthquake precursors from a fracture mechanics model. // *Tectonophysics*. – 1989. – Vol. 167. – pp. 273–283.
19. Mitchell E., Fialko Y., Brown K. Frictional properties of gabbro at conditions corresponding to slow slip events in subduction zones. // *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*. – 2015. – Vol. 16. – pp. 4006–4020.
20. Mitchell E., Fialko Y., Brown K. Temperature dependence of frictional healing of westerly granite: Experimental observations and numerical Simulations. // *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*. – 2013. – Vol. 14. – pp. 567–582.
21. Mogi K. Earthquake and fracture. // *Tectonophysics*. – 1967. – Vol. 5. No. 1. – pp. 35–55.
22. Scholz C.H., Sykes L.R., Aggarwal Y.P. Earthquake prediction: a physical basis. // *Science*. – 1973. – Vol. 181. No. 4102. – pp. 803–810.
23. Toro G.Di., Han R., Hirose T., De Paola N., Nielsen S., Mizoguchi K., Ferri F., Cocco M., Shimamoto T. Fault lubrication during earthquake. // *Nature*. – 2011. – Vol. 471. Issue 7339. – pp. 494–498. DOI: 10.1038/nature09838.
24. Wyss M. Evaluation of proposed earthquake precursors. // *American Geophysical Union, Washington DC*. – 1991. – Vol. 302. – 94 p. DOI: 10.1029/SP032.
25. Xia K., Rosakis A.J., Kanamori H. Laboratory Earthquakes. The Sub-Rayleigh-to-Supershear Rupture Transition. // *Science*. – 2004. – Vol. 303. – pp. 1859–1861.
26. Xia K., Rosakis A.J., Kanamori H., Rice J.R. Laboratory Earthquakes Along Inhomogeneous Faults. Directionality and Supershear. // *Science*. – 2005. – Vol. 308. – pp. 681–684.

References

1. Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M. Fractal Properties of Block Elements and a new Universal Modeling Method. *Doklady Physics*. 2021. Vol. 499. No. 1. pp. 30–35. DOI: 10.1134/S1028335821080012. (In Russ.)
2. Vorovich I.I. Resonant properties of an elastic inhomogeneous band. *Doklady Earth Sciences USSR*. 1979. Vol. 245. No. 5. pp. 1076–1079. (In Russ.)
3. Vorovich I.I. Spectral properties of the boundary value problem of elasticity theory for an inhomogeneous band. *Doklady Earth Sciences USSR*. 1979. Vol. 245. No. 4. pp. 817–820. (In Russ.)
4. Vorovich I.I., Babeshko V.A. Dynamic mixed problems of elasticity theory for non-classical domains. Moscow. Nauka. 1979. 320 p. (In Russ.)
5. Gokhberg I.Ts., Krein M.G. Theory of Voltaire operators in Hilbert space and its applications. Moscow. Nauka. 1967. 508 p. (In Russ.)

6. Evdokimova O.V., Babeshko V.A., Pavlova A.V., Evdokimov V.S., Babeshko O.M. About one new precursor of increased seismicity. *Geology and Geophysics of Russian South*. 2022. Vol. 12. No. 4. pp. 47–58. DOI: 10.46698/VNC.2022.80.98.004. (In Russ.)
7. Zaalishvili V.B., Melkov D.A., Gabaraev A.F., Merzlikin T.I. Nonlinear vibrations of the ground layer according to instrumental and numerical data. *Geology and Geophysics of Russian South*. 2021. Vol. 11. No. 4. pp. 70–82. DOI: 9.46698/VNC.2021.77.59.006. (In Russ.)
8. Sadovsky M.A., Bolkhovitinov L.G., Pisarenko V.F. Deformation of the geophysical environment and the seismic process. Moscow. Nauka. 1987. 104 p. (In Russ.)
9. Chernov Yu.K. Strong ground motions and quantitative assessment of the seismic assessment of the territory. Tashkent. Fan. 1989. 296 p. (In Russ.)
10. Atkinson B. Earthquake prediction. *Physics in Technology*. 1981. Vol. 12. No. 2. pp. 60–68. DOI: 10.1088/0305-4624/12/2/i04.
11. Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M. A New Type of Cracks Adding to Griffith-Irwin Cracks. *Doklady Physics*. 2019. Vol. 64. No. 3. pp. 102–105. DOI: 10.1134/S10283358191030042.
12. Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M. Earthquakes and Cracks of New Type Complementing the Griffith–Irwin’s Crack. *Advanced Structured Materials*. Eds. H. Altenbach, V.A. Eremeyev, L.A. Igumnov. 2021. pp. 11–26. DOI: 10.1007/978-3-030-54928-2.
13. Chernov Yu.K., Zaalishvili V.B., Chernov A.Yu. Strong ground motion simulation for forecasting the probable seismic impacts in the territory of the Republic of North Ossetia-Alania. *Izvestiya, Physics of the Solid Earth*. 2020. Vol. 56. No. 5. pp. 644–655. DOI: 10.1134/S1069351320050018.
14. Geller R.J. Earthquake prediction: a critical review. *Geophysical Journal International*. 1997. Vol. 131. Issue 3. pp. 425–450. DOI: 10.1111/j.1365-246X.1997.tb06588.x.
15. Kagan Y.Y. Are earthquake predictable? *Geophysical Journal International*. 1997. Vol. 131. Issue 3. pp. 505–525. DOI: 10.1111/j.1365-246X.1997.tb06595.x.
16. Keer R.A. Earthquake prediction: Mexican quake shows one way to look for the big ones. *Science*. 1979. Vol. 203. Issue 4383. pp. 860–862.
17. Lu X., Lapusta N., Rosakis A.J. Pulse-like and crack-like ruptures in experiments mimicking crustal earthquakes. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*. 2007. Vol. 104. Issue 48. pp. 18931–18936.
18. Main I.G., Meredith P.G. Classification of earthquake precursors from a fracture mechanics model. *Tectonophysics*. 1989. Vol. 167. pp. 273–283.
19. Mitchell E., Fialko Y., Brown K. Frictional properties of gabbro at conditions corresponding to slow slip events in subduction zones. *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*. 2015. Vol. 16. pp. 4006–4020.
20. Mitchell E., Fialko Y., Brown K. Temperature dependence of frictional healing of westerly granite: Experimental observations and numerical Simulations. *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*. 2013. Vol. 14. pp. 567–582.
21. Mogi K. Earthquake and fracture. *Tectonophysics*. 1967. Vol. 5. No. 1. pp. 35–55.
22. Scholz C.H., Sykes L.R., Aggarwal Y.P. Earthquake prediction: a physical basis. *Science*. 1973. Vol. 181. No. 4102. pp. 803–810.
23. Toro G.Di., Han R., Hirose T., De Paola N., Nielsen S., Mizoguchi K., Ferri F., Cocco M., Shimamoto T. Fault lubrication during earthquake. *Nature*. 2011. Vol. 471. Issue 7339. pp. 494–498. DOI: 10.1038/nature09838.
24. Wyss M. Evaluation of proposed earthquake precursors. American Geophysical Union, Washington DC. 1991. Vol. 302. 94 p. DOI: 10.1029/SP032.
25. Xia K., Rosakis A.J., Kanamori H. Laboratory Earthquakes. The Sub-Rayleigh-to-Supershear Rupture Transition. *Science*. 2004. Vol. 303. pp. 1859–1861.
26. Xia K., Rosakis A.J., Kanamori H., Rice J.R. Laboratory Earthquakes Along Inhomogeneous Faults. Directionality and Supershear. *Science*. 2005. Vol. 308. pp. 681–684.