

УДК 551.435.627

DOI: [10.46698/VNC.2023.69.79.011](https://doi.org/10.46698/VNC.2023.69.79.011)

Оригинальная статья

Расчет устойчивости грунтовых откосов при помощи методов нелинейной оптимизации

В.Ф. Акопян , Б.М. Языев , А.С. Чепурненко 

Донской государственный технический университет, Россия, 344003, г. Ростов-на-Дону,
пл. Гагарина, 1, e-mail: anton_chepurnenk@mail.ru

Статья поступила: 20.01.2023, доработана: 21.02.2023, одобрена в печать: 27.02.2023

Резюме: Актуальность работы. Совершенствование методов расчета устойчивости грунтовых откосов представляет собой важную задачу, решение которой необходимо при размещении зданий и сооружений на склонах для предотвращения оползневых процессов. В большинстве существующих методов расчета поверхность скольжения оползневого тела принимается круглоцилиндрической, что не всегда соответствует реальной картине. **Цель работы:** разработка методики расчета коэффициента устойчивости грунтовых откосов на основе метода предельного равновесия с использованием алгоритмов нелинейного программирования. **Методы исследования.** Решение выполняется в двумерной постановке. Линия скольжения отыскивается в виде полиномов второй и третьей степени, а также кусочно-линейной функции. Задача поиска линии скольжения ставится как задача нелинейной оптимизации. В качестве целевой функции выступает коэффициент устойчивости грунтового откоса, который для истинной поверхности скольжения должен достичь минимума. Определение коэффициента устойчивости выполняется методом касательных сил. Варьируемыми параметрами выбраны абсциссы точек пересечения свободной поверхности грунта с нижней поверхностью оползневого тела, а также промежуточные ординаты точек линии скольжения. Решение задачи нелинейной оптимизации выполнено в среде MATLAB с использованием пакетов Optimization Toolbox и Global Optimization Toolbox. Для поиска минимума целевой функции применяется метод внутренней точки, позволяющий найти локальный минимум, а также метод шаблонного поиска, который позволяет найти глобальный минимум. **Результаты исследования.** Демонстрация предлагаемой методики произведена на примере однородного грунтового откоса при действии на него только собственного веса. Показана сходимость метода при использовании в качестве линии скольжения кусочно-линейной функции при увеличении числа отрезков. Выявлено существенное отличие полученной линии от дуги окружности. Установлено, что при задании линии скольжения полиномами второй и третьей степени коэффициент устойчивости оказывается несколько выше, чем в случае применения кусочно-линейной функции. Для контроля достоверности результатов координаты точек полученной ломаной линии скольжения переданы в программный комплекс GeoStab, где выполнено независимое определение коэффициента устойчивости. Также в программе GeoStab для сравнения произведен расчет устойчивости рассмотренного склона при помощи метода круглоцилиндрических поверхностей. Используются наиболее известные варианты данного метода, включая метод Феллениуса, Бишопа, Шахунянца, касательных сил, Ямбу, Спенсера, Моргенштерна-Прайса. Кроме того, произведено сравнение с конечно-элементным расчетом в программном комплексе Plaxis.

Ключевые слова: оползни, грунтовый откос, поверхность скольжения, устойчивость, нелинейная оптимизация.

Для цитирования: Акопян В.Ф., Языев Б.М., Чепурненко А.С. Расчет устойчивости грунтовых откосов при помощи методов нелинейной оптимизации. *Геология и геофизика Юга России*. 2023. 113(1): 150-161. DOI: 10.46698/VNC.2023.69.79.011.

DOI: [10.46698/VNC.2023.69.79.011](https://doi.org/10.46698/VNC.2023.69.79.011)

Original paper

Calculation of soil slope stability using nonlinear optimization methods

V.F. Akopyan , B.M. Yazyev , A.S. Chepurnenko 

Don State Technical University, 1 Gagarin square, Rostov-on-Don 344003, Russian Federation,
e-mail: anton_chepurnenk@mail.ru

Received: 20.01.2023, revised: 21.02.2023, accepted: 27.02.2023

Abstract: Relevance. Improving the methods for calculating the stability of soil slopes is an important task, the solution of which is necessary when placing buildings and structures on slopes to prevent landslide processes. In most existing calculation methods, the sliding surface of a landslide body is assumed to be round-cylindrical, which does not always correspond to the real picture. **Aim:** development of a methodology for calculating the stability coefficient of soil slopes based on the limit equilibrium method using nonlinear programming algorithms. **Methods.** The solution is carried out in a two-dimensional setting. The slip line is found in the form of polynomials of the second and third degrees, as well as a piecewise linear function. The problem of finding the slip line is posed as a non-linear optimization problem. The objective function is the coefficient of soil slope stability, which for a true sliding surface should reach a minimum. The determination of the stability coefficient is carried out by the method of tangential forces. The abscissas of the points of intersection of the free surface of the soil with the lower surface of the landslide body, as well as the intermediate ordinates of the points of the slip line, were chosen as variable parameters. The solution of the nonlinear optimization problem was performed in the MATLAB environment using the Optimization Toolbox and Global Optimization Toolbox packages. To find the minimum of the objective function, the interior point method is used, which allows finding a local minimum, as well as the pattern search method, which allows finding the global minimum. **Results.** The demonstration of the proposed technique was carried out on the example of a homogeneous soil slope under the action of only its own weight on it. The convergence of the method is shown when using a piecewise linear function as a slip line with an increase in the number of segments. A significant difference between the obtained line and the arc of a circle is revealed. It has been established that when the slip line is specified by polynomials of the second and third degrees, the stability coefficient turns out to be somewhat higher than in the case of using a piecewise linear function. To control the reliability of the results, the coordinates of the points of the obtained polygon line were transferred to the GeoStab software package, where an independent determination of the stability coefficient was performed. Also, in the GeoStab program, for comparison, the stability of the considered slope was calculated using the method of round-cylindrical surfaces. The most famous variants of this method were used, including the method of Fellenius, Bishop, Shahunyan, tangential forces, Yanbu, Spencer, Morgenstern-Price. In addition, a comparison was made with the finite element calculation in the Plaxis software package.

Keywords: landslides, soil slope, sliding surface, stability, nonlinear optimization.

For citation: Akopyan V.F., Yazyev B.M., Chepurnenko A.S. Calculation of soil slope stability using nonlinear optimization methods. *Geologiya i Geofizika Yuga Rossii = Geology and Geophysics of Russian South*. (in Russ.). 2023. 13(1): 150-161. DOI: 10.46698/VNC.2023.69.79.011.

Введение

Территории Юга России характеризуются высокой вероятностью активизации опасных геологических процессов, связанных с действием как природных, так и техногенных факторов [Свалова, 2022; Яицкая, Бригида, 2022; Zaalishvili et al., 2014a, b; 2016]. К одному из таких процессов относятся оползни.

Снижение устойчивости грунтов, приводящее к оползневым процессам, может произойти при изменении ландшафтов и рельефов, возникновении антропогенных нагрузок на грунты. Размещение зданий и сооружений на склонах требует обязательного выполнения оценки их устойчивости для соответствия требованиям безопасности. Степень устойчивости склонов как правило оценивается коэффициентом устойчивости, для определения которого существует множество расчетно-теоретических методов [Будников, 2019; Salunkhe et al., 2017; Harabinova et al., 2021; Fattahi, Zandyilghani, 2020].

Наиболее распространенными и широко применяемыми в настоящее время являются методы, основанные на предельном равновесии грунтового массива [Cala, Tlisiak, 2020; Kumar et al., 2018; Liu et al., 2019]. В большинстве таких методов поверхность скольжения оползневого тела принимается круглоцилиндрической [Бартоломей и др., 2020; Батьянова, 2020; Rotaru et al., 2022]. Однако для реальных склонов форма поверхности скольжения может заметно отличаться от кругового цилиндра [Зеркаль, 2021; Ислямова, Хорошилов, 2021]. Альтернативой методам предельного равновесия выступает конечно-элементное моделирование [Dyson, Tolooyan, 2018; Sharma et al., 2019; Cecilio, Garcia, 2022; Гайджуров и др., 2021а, б]. Для определения коэффициента устойчивости склонов выполняется их расчет в физически нелинейной постановке с последовательным снижением прочностных характеристик [Dyson, Tolooyan, 2018; Sharma et al., 2019], либо повышением удельного веса грунта и внешних нагрузок [Cecilio, Garcia, 2022] до достижения предельного состояния. Расчет методом конечных элементов по сравнению с методами предельного равновесия требует заметно больших вычислительных ресурсов.

Целью настоящей работы является разработка методики поиска поверхности скольжения оползневого тела, отличной от круглоцилиндрической, с использованием методов нелинейной оптимизации на основе метода предельного равновесия.

Материалы и методы исследования

Поверхность скольжения оползневого склона будем искать в виде кусочно-линейной функции, а также в виде полиномов второй и третьей степени. В качестве целевой функции выступает коэффициент устойчивости склона K_y , который для истинной поверхности скольжения должен достичь минимума. Для определения коэффициента устойчивости используется метод касательных сил.

В данном методе массив грунта, сползающий по некоторой поверхности, разбивается на отсеки. Взаимодействие между отсеками не учитывается. Метод касательных сил предполагает выполнение суммарного уравнения равновесия в проекции на направление скольжения, а также уравнения равновесия в каждом отсеке в проекции на нормаль к основанию.

Коэффициент устойчивости в методе касательных сил определяется из соотношения [Васин, Лехов, 2021]:

$$K_y = \frac{\sum R_i}{\sum T_i}, \quad (1)$$

где T_i – касательная проекция равнодействующей внешних сил P_i , действующих на отсек, к основанию i -го отсека, R_i – предельное значение силы сопротивления сдвигу грунта по поверхности i -го отсека.

В настоящей статье для демонстрации метода ограничимся только случаем действия собственного веса. В этом случае коэффициент устойчивости по методу касательных сил определяется по формуле:

$$K_y = \frac{\sum_{i=1}^n (G_i \cos \alpha_i \tan \varphi_i + c_i l_i)}{\sum_{i=1}^n (G_i \sin \alpha_i)}, \quad (2)$$

где G_i – вес i -го отсека, α_i – угол наклона основания отсека относительно горизонтальной линии, c_i и φ_i – соответственно сцепление и угол внутреннего трения грунта по основанию отсека, l_i – длина основания отсека.

Пусть поверхность грунта задается функцией $f(x)$, а нижняя поверхность сползающего массива – функцией $g(x)$. При использовании для задания поверхности скольжения кусочно-линейной функции в качестве варьируемых параметров выступают координаты x_1 и x_{n+1} точек пересечения линий $f(x)$ и $g(x)$, а также ординаты y_i ($i = 2 \dots n$) промежуточных точек (рис. 1). Абсциссы x_i промежуточных точек определяются разбиением интервала $[x_1; x_{n+1}]$ на n равных отрезков.

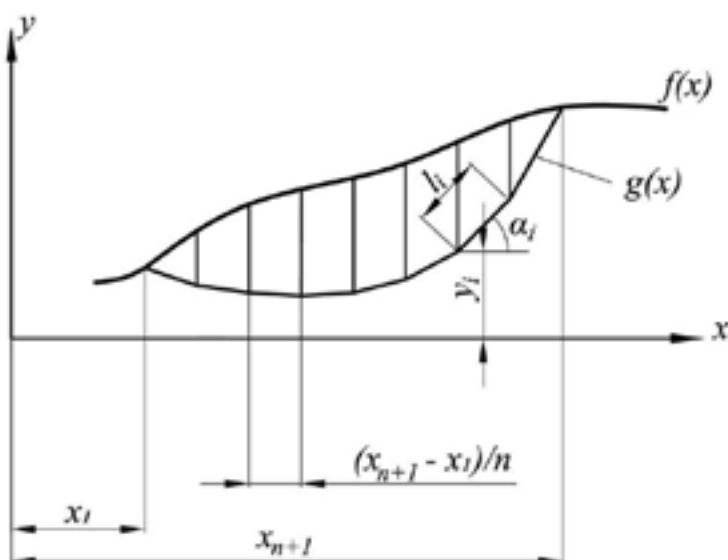


Рис. 1. К определению коэффициента устойчивости при задании поверхности скольжения кусочно-линейной функцией /

Fig. 1. To the determination of the stability coefficient when the sliding surface is specified by a piecewise linear function

На варьируемые переменные $x_1, x_{n+1}, y_2, \dots, y_n$ вводятся следующие ограничения:

$$\begin{aligned} y_i &< f(x_i); \\ x_1 &< x_{n+1}. \end{aligned} \quad (3)$$

Кроме того, переменные $x_1, x_{n+1}, y_2, \dots, y_n$ ограничены размерами исследуемой области.

При задании поверхности скольжения полиномом второй степени $g(x) = ax^2 + bx + c$ в качестве первых двух варьируемых параметров выступают абсциссы точек пересечения линий $f(x)$ и $g(x)$ x_1 и x_2 , а также ордината $y_c = g\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)$ (рис. 2). При этом должны выполняться ограничения:

$$y_c < f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right);$$

$$x_1 < x_2.$$
(4)

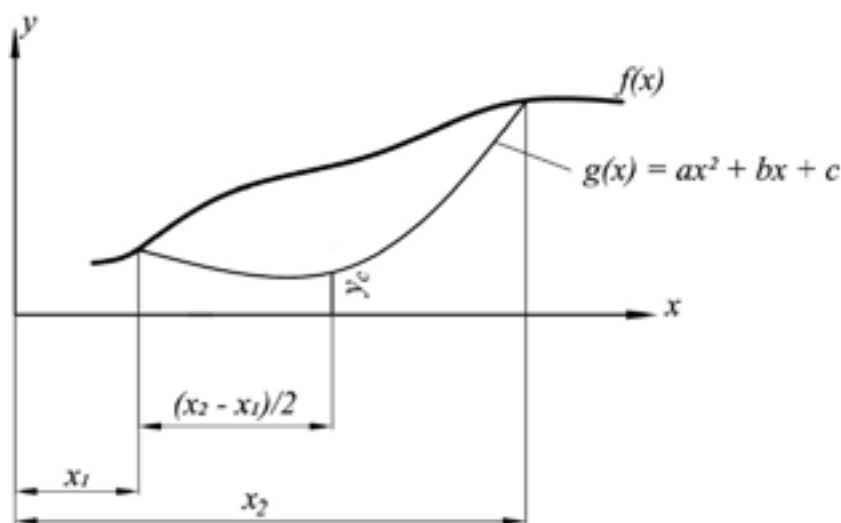


Рис. 2. К определению коэффициента устойчивости при задании поверхности скольжения полиномом второй степени /

Fig. 2. On the determination of the stability coefficient when the sliding surface is specified by a polynomial of the second degree

В случае использования для поверхности скольжения полинома третьей степени $a(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ (рис. 3) варьируемыми параметрами выступают абсциссы x_1 и x_2 , а также ординаты $y_{1/3}$ и $y_{2/3}$, определяемые как:

$$y_{1/3} = g\left(x_1 + \frac{x_2 - x_1}{3}\right) < f\left(x_1 + \frac{x_2 - x_1}{3}\right);$$

$$y_{2/3} = g\left(x_1 + \frac{2}{3}(x_2 - x_1)\right) < f\left(x_1 + \frac{2}{3}(x_2 - x_1)\right).$$
(5)

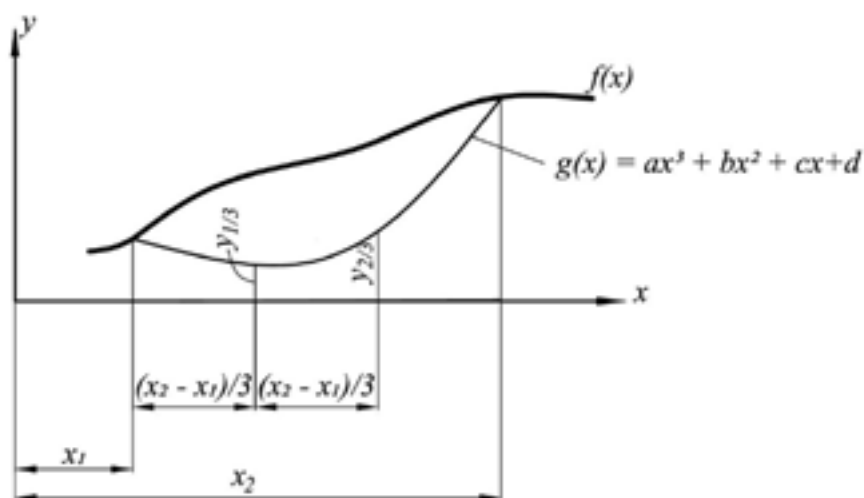


Рис. 3. К определению коэффициента устойчивости при задании поверхности скольжения полиномом третьей степени /

Fig. 3. To the determination of the stability coefficient when the sliding surface is specified by a polynomial of the third degree

Поиск минимума целевой функции K_y нами реализован в среде MATLAB при помощи пакетов OptimizationToolbox и GlobalOptimizationToolbox. Используется метод внутренней точки – градиентный метод, позволяющий найти локальный минимум функции [Byrd et al., 1999], а также метод шаблонного поиска – метод безградиентной оптимизации, который позволяет найти глобальный минимум [Findler et al., 1987].

Результаты работы и их обсуждение

Для апробации разработанной методики был выполнен расчет склона, схема которого приведена на рисунке 4. Склон принимался однородным, с удельным весом $\gamma = 18 \text{ кН/м}^3$, сцеплением $c = 35 \text{ кПа}$ и углом внутреннего трения $\varphi = 22^\circ$.

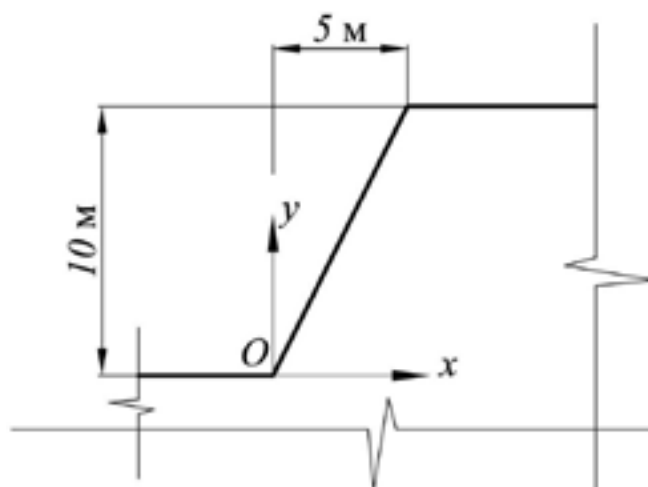


Рис. 4. Схема рассчитываемого склона /
Fig. 4. Scheme of the calculated slope

В таблице 1 представлены принятые нами нижние (lb) и верхние (ub) границы варьируемых параметров при поиске поверхности скольжения в виде кусочно-линейной функции.

Таблица 1 / Table 1

Нижние и верхние границы входных параметров целевой функции / Lower and upper bounds of the input parameters of the objective function

Параметр / Parameter	lb	ub
$x_1, \text{ м}$	-1	5
$x_{n+1}, \text{ м}$	0	20
$y_2 \dots y_n, \text{ м}$	-1	10

На рисунке 5 приведены поверхности скольжения в виде кусочно-линейной функции, полученные при различном числе отрезков n . Отметим, что при использовании метода внутренней точки и метода шаблонного поиска заметной разницы в результатах не было выявлено. Значения коэффициента устойчивости при различных n сведены в таблицу 2.

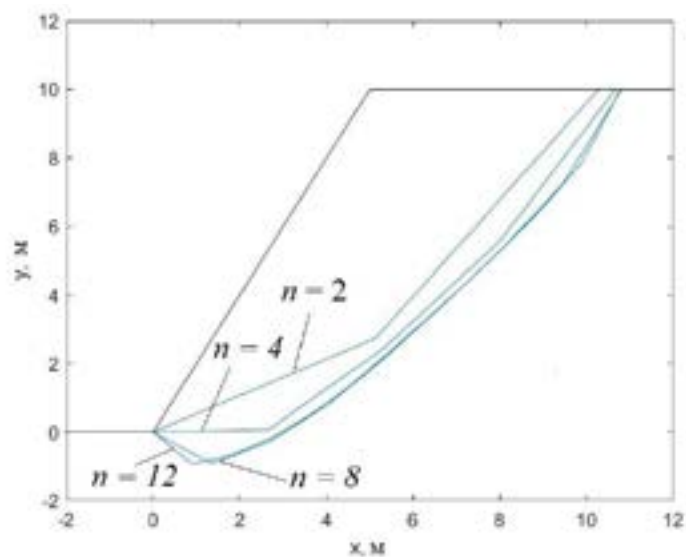


Рис. 5. Поверхности скольжения в виде кусочно-линейной функции при различном числе отрезков n /
 Fig. 5. Slip surfaces in the form of a piecewise linear function for a different number of segments n

Таблица 2 / Table 2

**Значения коэффициента устойчивости при различном числе отрезков n /
 The values of the stability coefficient for a different number of segments n**

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
K_v	1,96	1,64	1,54	1,5	1,47	1,45	1,44	1,41	1,41	1,40	1,40	1,40

Из таблицы 2 и рисунка 5 видна сходимость решения при увеличении числа отрезков. Также для контроля достоверности результатов полученные при $n = 10$ координаты точек поверхности скольжения передавались в программный комплекс GeoStab. Данный комплекс не позволяет найти поверхность скольжения в виде ломаной линии, но может по заданной линии рассчитать коэффициент устойчивости. В результате было получено значение коэффициента устойчивости $K_v = 1.4$ (рис. 6), что совпадает с авторским решением.



Рис. 6. Результаты определения коэффициента устойчивости в GeoStab при $n=10$ /
 Fig. 6. The results of determining the stability coefficient in GeoStab at $n=10$

На рисунке 7 показаны поверхности скольжения, полученные при использовании полинома второй и третьей степени. Принятые при этом нижние и верхние границы варьируемых параметров приведены в таблице 3. В случае использования полинома второй степени коэффициент устойчивости составил 1,48, а при использовании полинома третьей степени – 1,44. Также на данном графике приведено решение с использованием кусочно-линейной функции при $n = 12$. Интересно, что данное решение занимает промежуточное положение между решениями с использованием полиномов 2-й и 3-й степени.

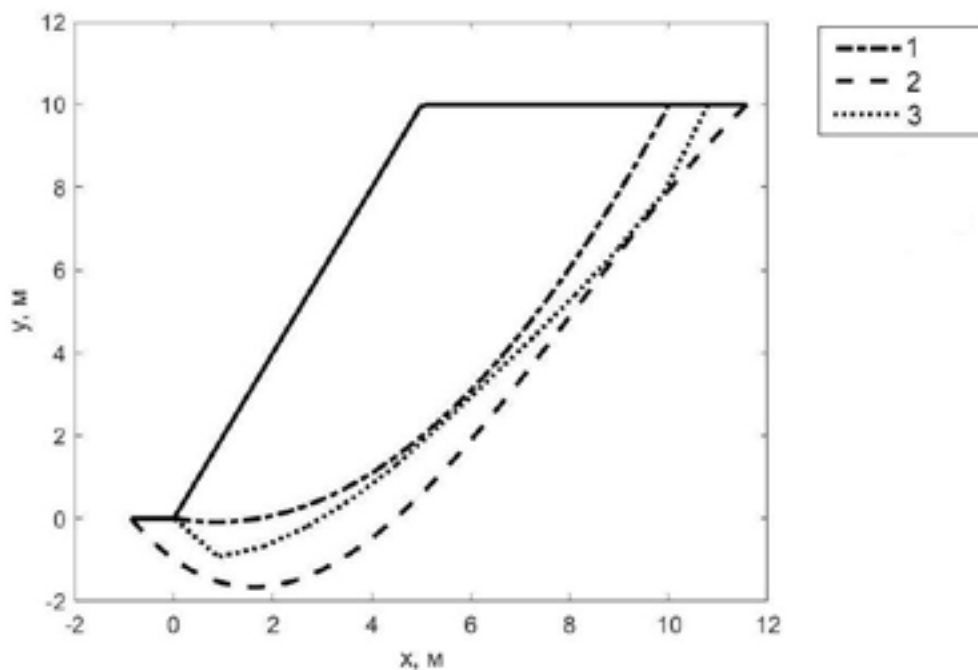


Рис. 7. Поверхности скольжения в виде полиномов второй степени (1) и третьей степени (2), а также кусочно-линейной функции при $n = 12$ (3) /

Fig. 7. Slip surfaces in the form of polynomials of the second degree (1) and third degree (2), as well as a piecewiselinear function for $n = 12$ (3)

Таблица 3 / Table 3

Нижние и верхние границы входных параметров целевой функции при использовании полиномов второй и третьей степени / Lower and upper bounds of the input parameters of the objective function when using polynomials of the second and third degree

Параметр / Parameter	lb	ub
$x_1, \text{ м}$	-2	5
$x_2, \text{ м}$	0	20
$y_c, y_{1/3}, y_{2/3}, \text{ м}$	-10	10

Представляет интерес сравнение полученных решений с результатами на основе альтернативных методов. В качестве таких методов нами использовались метод круглоцилиндрических поверхностей, а также метод конечных элементов с после-

довательным понижением прочностных характеристик грунта (с-phi-reduction). При определении коэффициента устойчивости методом круглоцилиндрических поверхностей использовался программный комплекс GeoStab, в который заложены основные известные варианты данного метода, включая метод Феллениуса, Бишоп, Шахунянца, касательных сил, Янбу, Спенсера, Моргенштерна-Прайса. Для расчета методом конечных элементов нами использовался программный комплекс Plaxis. Результаты расчета склона в GeoStab по методу круглоцилиндрических поверхностей сведены в таблицу 4.

Таблица 4 / Table 4

Коэффициенты устойчивости, полученные по методу круглоцилиндрических поверхностей / Stability coefficient obtained by the method of round cylindrical surfaces

Метод / Method	Феллениуса / Fellenius	Бишоп / Bishop	Шахунянца / Shahunyants	Касательных сил / Tangential Forces	Янбу / Yanbu	Спенсера / Spencer	Моргенштерна-Прайса / Morgenstern-Price
K_{φ}	1,562	1,612	1,601	1,562	1,645	1,700	1,909

Из таблицы 4 видно, что для всех рассмотренных методов, в том числе и метода касательных сил, при выборе в качестве линии скольжения дуги окружности коэффициент устойчивости оказался выше, чем в случае использования в качестве линии скольжения кусочно-линейной функции и полиномов. Меньший коэффициент устойчивости говорит о более вероятной реализации разрушения по схемам, приведенным на рисунке 7.

Близкий к нашему решению результат $K_{\varphi} = 1,42$ был получен в программном комплексе Plaxis. Однако поверхность скольжения в Plaxis ближе к круглоцилиндрической (рис. 8).

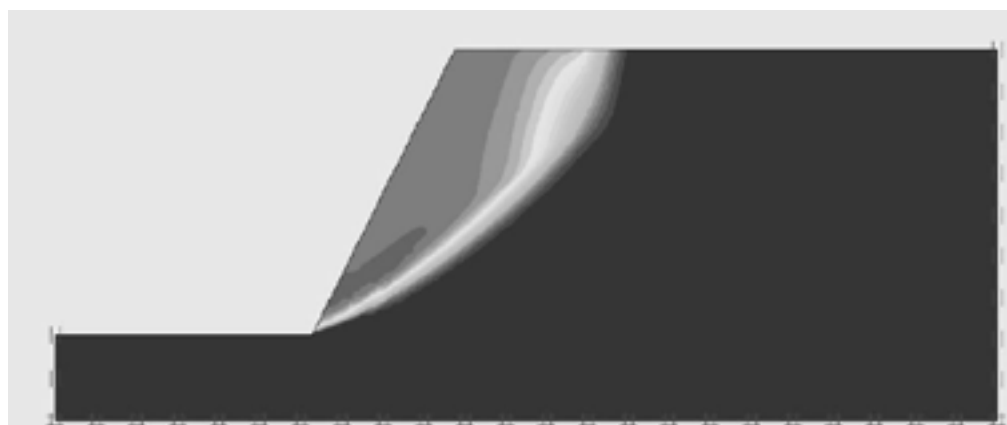


Рис. 8. Изополя полных перемещений грунта в Plaxis /
Fig. 8. Isofields of total soil displacements in Plaxis

Имеющиеся расхождения в результатах, полученных различными методами, говорят о необходимости проведения дальнейших исследований по данному вопросу, в том числе экспериментальных. Нашей дальнейшей целью будет создание мелко-масштабных моделей оползневых склонов и сравнение результатов их испытаний с теоретическими расчетами.

Выводы

Разработана методика поиска поверхностей скольжения оползневого тела в виде кусочно-линейной функции, а также полиномов второй и третьей степени при помощи методов нелинейной оптимизации. Показана сходимость метода при увеличении числа отрезков в случае использования кусочно-линейной функции. Выполнено сравнение с расчетом по методу круглоцилиндрических поверхностей, которое показало, что поверхность скольжения в виде кусочно-линейной функции характеризуется меньшим коэффициентом устойчивости по сравнению с поверхностью в виде кругового цилиндра. Это говорит о более вероятном образовании оползневого тела по схеме, близкой к полученной нами ломаной линии.

Литература

1. Будников А.А. Обзор методов расчета устойчивости склонов и особенность их применения для определения параметров устойчивого откоса. // Проблемы геологии и освоения недр: труды XXIII Международного симпозиума имени академика М.А. Усова студентов и молодых ученых, посвященного 120-летию со дня рождения академика К.И. Сагпаева, 120-летию со дня рождения профессора К.В. Радугина, Томск, 8-12 апреля 2019 г. Т. 1. – Томск: Изд-во ТПУ, 2019. – С. 330-331.
2. Бартоломей И.Л., Карпушко М.О., Карпушко Е.Н. Расчет устойчивости склона под канатную дорогу. // Транспорт. Транспортные сооружения. Экология. – 2020. – №1. – С. 37–44.
3. Батьянова Н.Л. Прогноз устойчивости склонов Почаинского оврага в Нижнем Новгороде для строительного освоения. // Геоэкология, инженерная геодинамика, геологическая безопасность. Печеркинские чтения. – 2020. – С. 179–191.
4. Васин Д.В., Лехов М.В. Разгрузка грунтовых вод в долину р. Москвы и ее влияние на устойчивость склона Карамышевской набережной. // Перспективы развития инженерных изысканий в строительстве в Российской Федерации. – 2021. – С. 722–738.
5. Гайджуров П.П., Савельева Н.А., Дьяченко В.А. Конечно-элементное моделирование совместной работы оползня скольжения и защитного сооружения. // Advanced Engineering Research. – 2021a. – Т. 21. №2. – С. 133–142.
6. Гайджуров П.П., Савельева Н.А., Труфанова Е.В. Численное моделирование поведения кинематически нестабильных склонов при динамических воздействиях. // Advanced Engineering Research. – 2021. – Т. 21. №4. – С. 300–307.
7. Зеркаль О. Оползни скольжения и оползни сдвига: особенности развития и типизация // Инженерная геология. – 2021. – Т. 16. №1. – С. 38–59.
8. Ислямова А.А., Хорошилов В.С. Моделирование перемещений оползневых склонов по материалам геодезических наблюдений и инженерно-геологических изысканий. // Вестник СГУГиТ (Сибирского государственного университета геосистем и технологий). – 2021. – Т. 26. №2. – С. 5–17.
9. Свалова, В.Б. Управление геоэкологическим риском и проблемы устойчивого развития горных территорий. // Геология и геофизика Юга России. – 2022. – Т. 12. №1. – С. 129–145. DOI: 10.46698/VNC.2022.48.61.010
10. Яицкая Н. А., Бригида В. С. Геоинформационные технологии при решении трехмерных геоэкологических задач: пространственная интерполяция данных. // Геология и геофизика Юга России. – 2022. – Т. 12. №1. – С. 162–173. DOI: 10.46698/VNC.2022.86.27.012
11. Byrd R.H., Hribar M.E., Nocedal J. An interior point algorithm for large-scale nonlinear programming. // SIAM Journal on Optimization. – 1999. – Vol. 9. No.4. – pp. 877–900.
12. Cala M., Flisiak J. Slope stability analysis with FLAC and limit equilibrium methods. // FLAC and numerical modeling in geomechanics. – CRC Press, 2020. – pp. 111–114.

13. Cecilio D.L., Garcia G.F.N. A comparative study of strength reduction and gravity increase methods considering random fields in slope stability analysis. // *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*. – 2022. – Vol. 44. No.11. – p. 539.
14. Dyson A. P., Tolooiyani A. Optimisation of strength reduction finite element method codes for slope stability analysis. // *Innovative Infrastructure Solutions*. – 2018. – Vol. 3. No.1. – p. 38.
15. Fattahi H., Zandyilghani N. Slope stability analysis using Bayesian Markov chain Monte Carlo method. // *Geotechnical and Geological Engineering*. – 2020. – Vol. 38. – pp. 2609-2618.
16. Findler N.V., Lo C., Lo R. Pattern search for optimization. // *Mathematics and computers in simulation*. – 1987. – Vol. 29. No.1. – pp. 41-50.
17. Harabinova S., Kotrasova K., Kormanikova E., Hegedusova I. et al. Analysis of Slope Stability. // *Civil and Environmental Engineering*. – 2021. – Vol. 17. No.1. – pp. 192-199.
18. Kumar N., Verma A., Sardana S., Sarkar K. Comparative analysis of limit equilibrium and numerical methods for prediction of a landslide. // *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*. – 2018. – Vol. 77. – pp. 595-608.
19. Liu X., Wang Y., Li D. Q. Investigation of slope failure mode evolution during large deformation in spatially variable soils by random limit equilibrium and material point methods. // *Computers and Geotechnics*. – 2019. – Vol. 111. – pp. 301-312.
20. Rotaru A., Bejan F., Almohamad D. Sustainable Slope Stability Analysis: A Critical Study on Methods. // *Sustainability*. – 2022. – Vol. 14. No.14. – pp. 8847.
21. Salunkhe D.P., Chvan G., Bartakke R.N., Kothavale P.R. An overview on methods for slope stability analysis. // *International Journal of Engineering Research & Technology (IJERT)*. – 2017. – Vol. 6. No.03. – pp. 2278-0181.
22. Sharma A. et al. Slope stability analysis of steep-reinforced soil slopes using finite element method. // *Geotechnical Applications: IGC 2016*. Vol. 4. – Springer Singapore. – 2019. – pp. 163-171.
23. Zaalishvili V.B., Nevskaya N.I., Mel'kov D.A. Instrumental geophysical monitoring in the territory of northern Caucasus. // *Izvestiya, Physics of the Solid Earth*. – 2014a. – Vol. 50(2). – pp. 263–272.
24. Zaalishvili V.B., Mel'kov D.A. Reconstructing the Kolka surge on September 20, 2002 from the instrumental seismic data. // *Izvestiya, Physics of the Solid Earth*. – 2014b. – Vol. 50(5). – pp. 707–718.
25. Zaalishvili V., Mel'kov D., Kanukov A., Dzeranov B. Spectral-temporal features of seismic loadings on the basis of strong motion wavelet database. // *International Journal of GEOMATE*. – 2016. – Vol. 10(1). – pp. 1656–1661.

References

1. Budnikov A.A. Review of methods for calculating the stability of slopes and features of their application to determine the parameters of a stable slope. In: *Proc. of the XXIII Int. Symp. named after Acad. M.A. Usov*. Tomsk, April 8-12, 2019. Vol. 1. Tomsk. TPU. 2019. pp. 330–331. (In Russ.)
2. Bartolomey I.L., Karpushko M.O., Karpushko E.N. Calculation of the stability of the slope for the cable car. *Transport. Transport facilities. Ecology*. 2020. No. 1. pp. 37–44. (In Russ.)
3. Batyanova N.L. Forecast of the slopes stability of the Pochainsky ravine in Nizhny Novgorod for construction development. *Geocology, engineering geodynamics, geological safety. Pecherinsk readings*. 2020. pp. 179–191. (In Russ.)
4. Vasin D.V., Lekhov M.V. Discharge of groundwater into the valley of the river Moscow and its influence on the stability of the slope of the Karamyshevskaya embankment. *Prospects for the development of engineering surveys in construction in the Russian Federation*. 2021. pp. 722–738. (In Russ.)
5. Gaidzhurov P.P., Savelyeva N.A., Dyachenkov V.A. Finite element modeling of joint operation of a sliding landslide and a protective structure. *Advanced Engineering Research*. 2021a. Vol. 21. No. 2. pp. 133–142. (In Russ.)

6. Gaidzhurov P.P., Savelyeva N.A., Trufanova E.V. Numerical simulation of the behavior of kinematically unstable slopes under dynamic influences. *Advanced Engineering Research*. 2021b. Vol. 21. No. 4. pp. 300–307. (In Russ.)
7. Zerkal O. Slip and shear landslides: features of development and typification. *Engineering Geology*. 2021. Vol. 16. No. 1. pp. 38–59. (In Russ.)
8. Islyamova A.A., Khoroshilov V.S. Modeling of displacements of landslide slopes based on the materials of geodetic observations and engineering-geological surveys. *Vestnik of the Siberian State University of Geosystems and Technologies (SSUGT)*. 2021. Vol. 26. No. 2. pp. 5–17. (In Russ.)
9. Svalova V.B. Geoecological risk management and problems of sustainable development of mountain territories. *Geology and Geophysics of Russian South*. 2022. Vol. 12. No.1. pp. 129–145. DOI: 10.46698/VNC.2022.48.61.010 (in Russ.)
10. Yaitskaya N.A., Brigida V.S. Geoinformation technologies in solving three-dimensional geoecological problems. Spatial data interpolation. *Geology and Geophysics of Russian South*. 2022. Vol. 12. No.1. pp. 162–173. DOI: 10.46698/VNC.2022.86.27.012 (in Russ.)
11. Byrd R.H., Hribar M.E., Nocedal J. An interior point algorithm for large-scale nonlinear programming. *SIAM Journal on Optimization*. 1999. Vol. 9. No.4. pp. 877–900.
12. Cala M., Flisiak J. Slope stability analysis with FLAC and limit equilibrium methods. *FLAC and numerical modeling in geomechanics*. CRC Press, 2020. pp. 111–114.
13. Cecilio D.L., Garcia G.F.N. A comparative study of strength reduction and gravity increase methods considering random fields in slope stability analysis. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*. 2022. Vol. 44. No.11. p. 539.
14. Dyson A. P., Tolooiyan A. Optimisation of strength reduction finite element method codes for slope stability analysis. *Innovative Infrastructure Solutions*. 2018. Vol. 3. No.1. p. 38.
15. Fattahi H., Zandyilghani N. Slope stability analysis using Bayesian Markov chain Monte Carlo method. *Geotechnical and Geological Engineering*. 2020. Vol. 38. pp. 2609–2618.
16. Findler N.V., Lo C., Lo R. Pattern search for optimization. *Mathematics and computers in simulation*. 1987. Vol. 29. No.1. pp. 41–50.
17. Harabinova S., Kotrasova K., Kormanikova E., Hegedusova I. et al. Analysis of Slope Stability. *Civil and Environmental Engineering*. 2021. Vol. 17. No.1. pp. 192–199.
18. Kumar N., Verma A., Sardana S., Sarkar K. Comparative analysis of limit equilibrium and numerical methods for prediction of a landslide. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*. 2018. Vol. 77. pp. 595–608.
19. Liu X., Wang Y., Li D. Q. Investigation of slope failure mode evolution during large deformation in spatially variable soils by random limit equilibrium and material point methods. *Computers and Geotechnics*. 2019. Vol. 111. pp. 301–312.
20. Rotaru A., Bejan F., Almohamad D. Sustainable Slope Stability Analysis: A Critical Study on Methods. *Sustainability*. 2022. Vol. 14. No.14. pp. 8847.
21. Salunkhe D.P., Chvan G., Bartakke R.N., Kothavale P.R. An overview on methods for slope stability analysis. *International Journal of Engineering Research & Technology (IJERT)*. 2017. Vol. 6. No. 03. pp. 2278–0181.
22. Sharma A. et al. Slope stability analysis of steep-reinforced soil slopes using finite element method. *Geotechnical Applications: IGC 2016*. Vol. 4. Springer Singapore. 2019. pp. 163–171.
23. Zaalishvili V.B., Nevskaya N.I., Mel'kov D.A. Instrumental geophysical monitoring in the territory of northern Caucasus. *Izvestiya, Physics of the Solid Earth*, 2014a. Vol. 50(2). pp. 263–272.
24. Zaalishvili V.B., Mel'kov D.A. Reconstructing the Kolka surge on September 20, 2002 from the instrumental seismic data. *Izvestiya, Physics of the Solid Earth*, 2014b. Vol. 50(5). pp. 707–718.
25. Zaalishvili V., Mel'kov D., Kanukov A., Dzeranov B. Spectral-temporal features of seismic loadings on the basis of strong motion wavelet database. *International Journal of GEOMATE*. 2016. Vol. 10(1). pp. 1656–1661.