

## ГЕОФИЗИКА

УДК 550.34; 539.3

DOI: [10.46698/VNC.2022.80.98.004](https://doi.org/10.46698/VNC.2022.80.98.004)

Оригинальная статья

Об одном новом предвестнике  
повышенной сейсмичностиО. В. Евдокимова<sup>1,2</sup>, В. А. Бабешко<sup>1,2</sup>, А. В. Павлова<sup>1</sup>,  
В. С. Евдокимов<sup>1</sup>, О. М. Бабешко<sup>1</sup><sup>1</sup>Кубанский государственный университет, Россия, 350059, г. Краснодар,  
ул. Ставропольская, 149, e-mail: rector@kubsu.ru;<sup>2</sup>Южный научный центр Российской академии наук, Россия, 344005,  
Ростов-на-Дону, пр. Чехова, 41, e-mail: ras@ssc-ras.ru, babeshko41@mail.ru

Статья поступила: 03.11.2022, доработана: 30.11.2022, одобрена в печать: 05.12.2022

**Резюме:** Актуальность работы состоит в необходимости дальнейшего развития применения высокоточных механико-математических методов в проблеме прогноза нарастания сейсмичности. Целью проведенных исследований явилось решение задачи выявления условий резонансного поведения гармонически колеблющихся литосферных плит, вызываемого периодическими приливными воздействиями Луны. **Методы работы.** Применение новейших математических разработок в области механики деформируемых штампов, опубликованных в высокорейтинговых журналах. Изучается тот случай, когда разлом достаточно велик и литосферные плиты удалены торцами. Каждая из литосферных плит оказывается автономной и может рассматриваться как деформируемый штамп. Применяется новейшая, разработанная с помощью метода блочного элемента, теория деформируемых штампов. В процессе исследования применен созданный авторами новый универсальный метод моделирования, позволяющий решения векторных граничных задач для систем дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих материалы сложных реологий, представлять разложенными по решениям отдельных скалярных граничных задач. **Результаты исследования.** Недавно разработанная теория контактных задач с деформируемыми штампами, действующими на слоистое основание, позволила в явном виде выявлять соотношения, описывающие резонансные частоты гармонически колеблющихся штампов. Эта теория применена для литосферной плиты в форме полосы конечной ширины, лежащей на слоистом основании, моделируемой деформируемым штампом. Для этого случая найдено соотношение, позволяющее вычислять резонансные частоты, свидетельствующие о возможном разрушении плиты, то есть землетрясении. Появление дискретной резонансной частоты в контактных задачах о действии деформируемых штампов на слоистую среду было предсказано в работах академика И. И. Воровича. Необходимость привлечения механических подходов к проблеме прогноза землетрясений высказывалась академиком Г. А. Гамбурцевым. Академику М. А. Садовскому принадлежит позиция, связанная с необходимостью учета кусковатого строения земной коры, то есть блочного строения, в вопросах прогноза землетрясений и выявления новых опасных явлений. Таким образом, с помощью применяемых новых методов в работе доказана возможность получения соотношений, позволяющих оценивать степень опасности разрушения литосферных плит, поскольку удается получить все недостающие для этого соотношения.

**Ключевые слова:** литосферные плиты, резонансы, землетрясение, контактная задача, деформируемые штампы, интегральное уравнение.

**Благодарность:** Исследование выполнено при финансовой поддержке Кубанского научного фонда в рамках научного проекта № МФИ-20.1/6.

**Для цитирования:** Евдокимова О. В., Бабешко В. А., Павлова А. В., Евдокимов В. С., Бабешко О. М. Об одном новом предвестнике повышенной сейсмичности. *Геология и геофизика Юга России*. 2022. 12 (4): 47-58. DOI: [10.46698/VNC.2022.80.98.004](https://doi.org/10.46698/VNC.2022.80.98.004).

## GEOPHYSICS

DOI: [10.46698/VNC.2022.80.98.004](https://doi.org/10.46698/VNC.2022.80.98.004)

Original paper

## About one new precursor of increased seismicity

**O. V. Evdokimova**<sup>ID<sup>2</sup></sup>, **V. A. Babeshko**<sup>ID<sup>1,2</sup></sup>, **A. V. Pavlova**<sup>ID<sup>1</sup></sup>,  
**V. S. Evdokimov**<sup>ID<sup>1</sup></sup>, **O. M. Babeshko**<sup>ID<sup>1</sup></sup><sup>1</sup>Kuban State University, 149 Stavropol str., Krasnodar 350059, Russian Federation, e-mail: rector@kubsu.ru;<sup>2</sup>Federal State Budget Institution of Science “Federal Research Centre the Southern Scientific Centre of the Russian Academy of Sciences”, 41 Chekhov Ave., Rostov-on-Don 344006, Russian Federation, e-mail: ras@ssc-ras.ru, babeshko41@mail.ru

Received: 03.11.2022, revised: 30.11.2022, accepted: 05.12.2022

**Abstract:** The relevance of the work consists in the need for further development of the use of high-precision mechanical and mathematical methods in the problem of forecasting the increase in seismicity. **The aim** of the research was to solve the problem of identifying the conditions of resonant behavior of harmoniously oscillating lithospheric plates caused by periodic tidal impacts of the Moon. **Methods.** Application of the latest mathematical developments in the field of mechanics of deformable stamps published in highly rated journals. The case is being studied when the fault is large enough and the lithospheric plates are removed by the ends. Each of the lithospheric plates turns out to be autonomous and can be considered as a deformable stamp. The latest theory of deformable stamps developed by the block element method is applied. In the course of the research, a new universal modeling method was used that allows solutions of vector boundary value problems for systems of partial differential equations describing materials of complex rheologies to be decomposed according to solutions of individual scalar boundary value problems. As a result of the study, the recently developed theory of contact problems with deformable stamps acting on a layered base allowed us to explicitly identify the relations describing the resonant frequencies of harmonically oscillating stamps. **The results** is applied to a lithospheric plate in the form of a strip of finite width lying on a layered base, modeled by a deformable stamp. For this case, a ratio has been found that allows us to calculate the resonant frequencies indicating the possible destruction of the plate, that is, an earthquake. The appearance of a discrete resonant frequency in contact problems on the action of deformable stamps on a layered medium was predicted in the works of Academician I. I. Vorovich. The need to involve mechanical approaches in the problem of earthquake prediction was expressed by academician G. A. Gamburtsev. Academician M. A. Sadovsky has a position related to the need to take into account the lumpy structure of the earth's crust, that is, the block structure, in matters of earthquake prediction and the identification of new weather phenomena. Thus, using the new methods used in the work, the possibility of obtaining ratios that allow assessing the degree of danger of destruction of lithospheric plates is proved, since it is possible to obtain all the missing ratios for this.

**Keywords:** lithospheric plates, resonances, earthquake, contact problem, deformable stamps, integral equation.

**Acknowledgments:** The research is carried out with the financial support of the Kuban Science Foundation in the framework of the scientific project № MFI-20.1/6.

**For citation:** Evdokimova O. V., Babeshko V. A., Pavlova A. V., Evdokimov V. S., Babeshko O. M. About one new precursor of increased seismicity. *Geologiya i Geofizika Yuga Rossii = Geology and Geophysics of Russian South.* (in Russ.). 2022. 12 (4): 47-58. DOI: 10.46698/VNC.2022.80.98.004.

## Введение

В настоящей работе, используя разработанный авторами новый универсальный метод моделирования [Babeshko et al., 2021], позволяющий исследовать граничные задачи для сред сложной реологии путем разложения их по решениям более простых граничных задач, в частности, для уравнений Гельмгольца.

В связи с этим, оказалось возможным выявлять новые свойства, явления и процессы, описываемые решениями сложных граничных задач, путем изучения более простых. В дальнейшем, в рамках указанных разложений, изучаются упрощенные граничные задачи, и выявленные свойства могут переноситься, посредством разложений, на случаи исследования граничных задач для сложных материалов. К числу таких свойств относится выявление резонансов в контактных задачах для деформируемых штампов, лежащих на многослойном основании. Именно этот подход был использован при изложении теории деформируемых штампов в работе [Бабешко и др., 2022]. В работе авторов [Бабешко и др., 2022б] достаточно подробно описан взгляд выдающихся ученых – геофизиков академиков Г. А. Гамбурцева [Гамбурцев, 1982] и М. А. Садовского [Садовский и др., 1987] на необходимость привлечения к прогнозным исследованиям в сейсмологии методов механики, теории прочности и разрушения, учета блочного строения коры Земли. Особо отметим высказывание Г. А. Гамбурцева «Изыскание методов прогноза времени землетрясений следует направить в первую очередь в сторону поиска механических предвестников землетрясений. Такие поиски могут быть успешными только в том случае, если они будут основываться на глубоком изучении всех деталей механизма быстрых и медленных движений блоков земной коры сейсмоактивных районов». Следуя наставлениям великих ученых, в настоящей работе авторы рассматривают еще один возможный механический подход к проблеме оценки сейсмичности. Он основан на развиваемой в последнее время теории контактных задач с деформируемым штампом, действующим на слоистую среду, в том числе, в динамическом режиме [Бабешко и др., 2022а]. Уместно отметить, что этот подход позволил обнаружить и описать стартовые землетрясения, возникающие до взаимодействия сблизившихся литосферных плит торцами [Бабешко и др., 2022б]. В том же случае, когда литосферные плиты сблизились и начинают взаимодействовать торцами, то в литосферных плитах возникает коровое землетрясение, достаточно подробно описанное в [Певнев, 2003]. Следуя механике прочности и разрушения [Бабешко и др., 2022а], можно ожидать еще один процесс, способствующий подготовке землетрясений, резонансный, которому посвящена настоящая статья.

Он возможен в автономной литосферной плите или ее фрагменте при условии, что на нее оказывается гармоническое воздействие, и она ограничена хотя бы в одном направлении. Возможность совершения колебательных движений литосферными плитами описана в ряде публикаций, где решающую роль играют приливные эффекты, вызываемые притяжением Луны. Так, в монографии [Ферронский, 2007 и др.], в разделе «Приливное взаимодействие тел», говорится: «Поскольку верхняя оболочка Земли относительно Луны вращается быстрее, лицевой приливный горб оказывается впереди движения планеты. Мы воспринимаем приливы умозрительно, как эффекты притяжения Луны». В разделе «Природа землетрясений, горообразования и вулканизма» говорится: «В данном случае речь идет о развитии новых подходов к пониманию и прогнозу ряда природных явлений, имеющих жизненно важное значение. Такими явлениями в первую очередь являются колебания земной

коры и землетрясения...». В разделе «Колебания земной коры и землетрясения» говорится: «Сейсмические станции мира, расположенные в разных географических пунктах, постоянно регистрируют сотни тысяч упругих, в основном, слабых колебаний поверхности Земли в год». Также приводится общепризнанный механизм землетрясения. «Для объяснения механизма явления полагают, что в объеме тела, в пределах которого происходит процесс, называемый очагом, высвобождается накопленная за некоторое время энергия. Высвобождение энергии сопровождается разрывом геологической структуры, который сопровождается мгновенным перемещением масс». Этот вопрос исследован и в работе [Заалишвили и др., 2021], где выявлены даже нелинейные колебания грунтов. Следует упомянуть многочисленные предвестники землетрясений, а также подходы и методы, изложенные в работах [Чернов., 1987; Lu, 2007 и др.; Chernov et al., 2020; Xia et al., 2004, 2005; Geller, 1997; Kagan, 1997; Keer, 1979; Main et al., 1989; Mogi, 1967; Scholz et al., 2005; Wyss, 1991; Atkinson, 1981; Mitchell et al., 2013, 2015; Di Toro, 2011; и другие], каждая из которых несомненно представляет интерес.

Объединяя все сказанное, в данной работе исследуется возможное влияние колебаний литосферных плит или их фрагментов на подготовку условий для возникновения очага землетрясений. Возможность существования еще одного механического эффекта, способного повлиять на уровень сейсмичности территории, порождает эффект возникновения резонансов в контактных задачах с деформируемым штампом. Этот подход уже изучался в предыдущей статье авторов [Бабешко и др., 2022б], однако там рассматривались полубесконечные литосферные плиты. Упомянутый резонанс возникает в тех случаях, когда хотя бы в одном направлении литосферная плита является ограниченной. Такой, является, например, бесконечная полоса, ограниченной ширины. Впервые существование дискретного спектра в задачах теории упругости для неоднородной полосы, приводящее к резонансу, было обнаружено академиком И. И. Воровичем [Ворович, 1979а, б]. Полоса становится неоднородной, если на нее действует деформируемый штамп. В контактных задачах с абсолютно твердым штампом подобное явление не наблюдается.

В настоящей работе следуем в значительной степени публикации авторов [Бабешко и др., 2022а], применяя математический метод для решения актуальной проблемы сейсмологии. В связи с этим опускаются многие математические выкладки указанной работы. Однако, используемый метод дополняется пояснениями и параметрами, делающими абстрактное изложение работы применимым для целей геофизики. В работе [Бабешко и др., 2022а], акцент был поставлен на доказательство корректности поставленной контактной задачи о действии деформируемого штампа на деформируемую слоистую среду. Применяемый при этом метод блочного элемента привел к необходимости определения функционалов от искомого решения. Доказана возможность их определения и выписаны соотношения, которым они удовлетворяют. Однако дальнейший анализ полученного решения этой задачи показал, что эти соотношения в задачах о колебаниях деформируемых штампов описывают резонансные частоты, существование которых теоретически было доказано академиком И. И. Воровичем. Возможности применения этих резонансных явлений в задачах сейсмологии посвящена настоящая работа.

Авторы рассматривают результаты применения механических подходов как дополнение к работам геофизиков, опубликовавших прекрасный материал в многочисленных работах, и находят целесообразным дальнейшее совместное изучение степени полезности получаемых результатов.

### Постановка задачи

Рассматривается многослойная среда, на ее верхней границе вводится декартова система координат таким образом, что ось  $ox_3$  направлена по внешней нормали, остальные оси  $ox_1$ ,  $ox_2$  лежат в касательной плоскости. Предполагается, что в области полосы  $W(-B \leq x_1 \leq B, |x_2| \leq \Gamma)$  расположена деформируемая литосферная плита, представляющая собой деформируемый штамп. На них оказываются внешние воздействия в виде гармонических колебаний, описываемые функцией  $e^{-i\omega t}$ . Здесь  $\omega$  – частота гармонических воздействий,  $t$  – параметр времени. С учетом применения нового универсального метода моделирования [Бабешко и др., 2021], можно рассматривать плиту и штамп как объекты, состоящие из материалов сложной реологии. Однако, поскольку решения граничных задач для тел сложной реологии могут быть разложены по решениям граничных задач для уравнений Гельмгольца, в случае гармонических колебаний, то достаточно рассматривать граничную задачу для деформируемого штампа, описываемую этим уравнением.

Следуя [Ворович, Бабешко, 1997 и др.], будем считать, что штамп без трения в зоне контакта воздействует на основание. Тогда интегральные уравнения такой смешанной задачи можно записать в форме:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-B}^B k(x_1 - \xi_1, x_2 - \xi_2) q(\xi_1, \xi_2) d\xi_1 d\xi_2 = f(x_1, x_2), \quad -B \leq x_1 \leq B, |x_2| \leq \infty$$

$$k(x_1, x_2) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} K(\alpha_1, \alpha_2) e^{-i(\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2)} d\alpha_1 d\alpha_2 \quad (1)$$

Следуя общепринятым обозначениям, имеем для функций  $q(x_1, x_2)$ ,  $f(x_1, x_2)$ ,  $k(x_1, x_2)$ ,  $K(x_1, x_2)$  обозначения контактных напряжений под штампом, – перемещений в зоне контакта, ядра интегрального уравнения, преобразования Фурье ядра интегрального уравнения. Таким образом, сформировалась контактная задача механики с деформируемым штампом, теории решения которой в настоящее время нет. Применяемые численные методы не позволяют выявлять в общем виде ряд важных явлений, возникающих в этих задачах. Их эффективность снижается в связи с неограниченностью области задания уравнений.

На рисунках 1 и 2 представлены достаточно удаленные, благодаря сквозному разлому, литосферные плиты, напряжения в которых вычислены программой COMSOL. Можно видеть автономность литосферных плит при широком разломе. На краях области контакта можно наблюдать концентрацию напряжений, описываемую известными в контактных задачах функциями  $(B^2 - x^2)^{-1/2}$ . Однако, из результатов численного анализа невозможно извлечь данные о резонансе и наличии новых дискретных спектров, возникающих в системе литосферная плита – деформируемое основание. Этот результат получается пока только аналитически, посредством привлечения нового универсального метода моделирования [Бабешко и др., 2021].

Для решения подобных задач в [Бабешко и др., 2021], разработан достаточно универсальный метод, применяемый как к граничным задачам для дифференциальных уравнений в частных производных, так и к некоторым типам интегральных уравнений. В методе используются упакованные блочные элементы, теория которых построена раньше и опубликована в многочисленных работах. В этой работе показано, что упакованные блочные элементы идентичны «фракталам» – самоподобным элементам, введенным американским математиком Б. Мандельбротом.

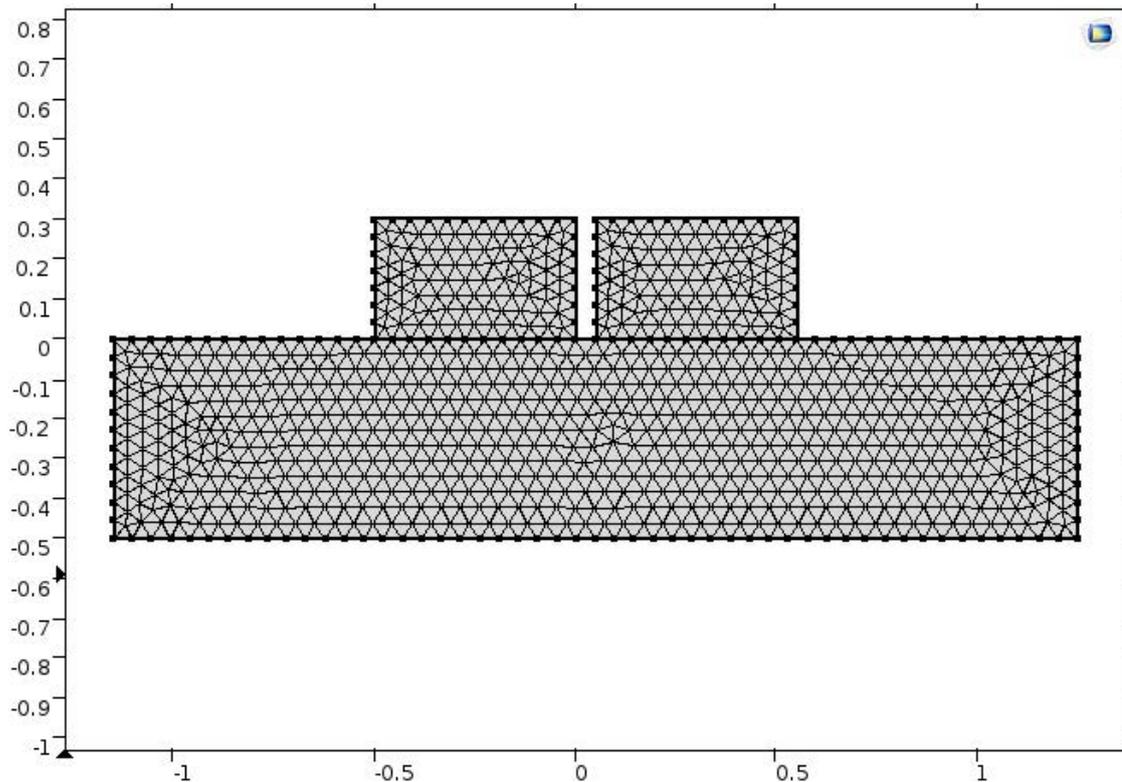


Рис. 1. Сетка для метода конечного элемента при численном расчете пакетом программ COMSOL концентрации напряжений в двух блоках-моделях литосферных плит на деформируемом основании /

Fig. 1. Grid for the finite element method in the numerical calculation by the COMSOL software package of stress concentration in two blocks – models of lithospheric plates on a deformable foundation

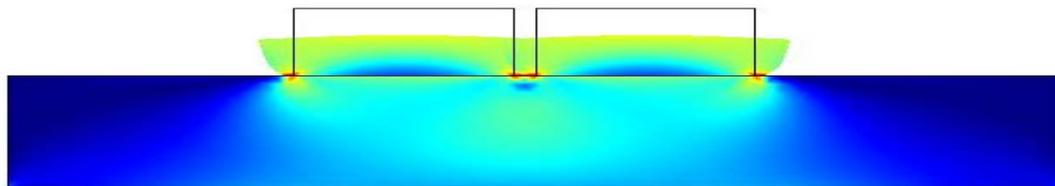


Рис. 2. Результат численного расчета концентрации напряжений в двух блоках на деформируемом основании. По краям видны концентрации контактных напряжений /

Fig. 2. The result of a numerical calculation of the stress concentration in two blocks on a deformable foundation. Concentrations of contact stresses are visible along the edges

В соответствии с методом работы [Бабешко и др., 2021], необходимо построить в области  $W(-B, B) \times (0, H)$ ,  $B \gg 1$  фракталы – упакованные блочные элементы, которые будут рассматриваться как деформируемые штампы. В соответствии с описанным выше, рассматривается двумерное уравнение Гельмгольца в указанной области:

$$\left[ \partial^2 x_1 + \partial^2 x_2 + p^2 \right] \varphi(x_1, x_2) = g(x_1, x_2), \quad g(x_1, x_2) = q(x_1, x_2) - t(x_1, x_2). \quad (2)$$

В этом уравнении принято вертикальное перемещение в зоне контакта –  $\varphi(x_1, x_2)$ , а контактные напряжения, действующие на объект снизу, которые надо определить, обозначены  $q(x_1, x_2)$ . Заданное внешнее давление сверху на объект –

$t(x_1, x_2)$ . Также задаются граничные условия. Они имеют в области  $W(-B \leq x_1 \leq B)$  представление:

$$\varphi(x_1, x_2) = \varphi(-B, x_2), \quad x_1 \rightarrow -B; \quad \varphi(x_1, x_2) = \varphi(B, x_2), \quad x_1 \rightarrow B;$$

### Построение интегральных уравнений

Будем использовать один из многочисленных подходов построения и преобразования интегральных уравнений, например, изложенных в [Achenbach, 1973].

Рассматриваемая, двумерная задача применением преобразования Фурье по координате  $x_2$  сводится к одномерному уравнению. Оно содержит свободный вещественный параметр  $\alpha_2$ . Интегральное уравнение (1) принимает форму:

$$\int_{-B}^B k_0(x_1 - \xi_1)q(\xi_1)d\xi_1 = f(x_1), \quad q(\xi_1) = q(\xi_1, \alpha_2), \quad k_0(x_1) = k(x_1, \alpha_2)$$

$$k_0(x_1) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K_0(\alpha_1)e^{-i\alpha_1 x_1} d\alpha_1, \quad K_0(\alpha_1) = K(\alpha_1, \alpha_2), \quad K_0(\alpha_1) = P_0^{-1}(\alpha_1)R_0(\alpha_1) \quad (3)$$

Ниже считаем, что функция  $K_0(\alpha_1)$  является четной, мероморфной. На бесконечности имеет поведение  $K_0(\alpha_1) = O(\alpha_1^{-1})$ ,  $Im \alpha_1 = 0$ .

Функция  $K_0(\alpha_1)$  может быть представлена как отношение двух целых функций  $R_0(\alpha_1)$  и  $P_0(\alpha_1)$ . Их счетные множества нулей, уходят на бесконечность концентрируясь в окрестностях мнимых осей.

Примеры подобных смешанных задач, имеются в [Ворович, Бабешко, 1997 и др.] и других публикациях.

С учетом принятого, становятся одномерными граничные задачи (2) для блочного элемента

$$(\partial^2 x_1 + k^2)\varphi(x_1) = g(x_1), \quad g(x_1) = q(x_1) - t(x_1), \quad k^2 = p^2 - \alpha_2^2$$

$$\varphi(x_1) = \varphi(x_1, \alpha_2), \quad g(x_1) = g(x_1, \alpha_2),$$

$$\varphi(x_1, \alpha_2) = \varphi(A), \quad x_1 \rightarrow A, \quad x_1 \in \Omega_1;$$

$$\varphi(x_1, \alpha_2) = \varphi(-B), \quad x_1 \rightarrow -B; \quad \varphi(x_1, \alpha_2) = \varphi(B), \quad x_1 \rightarrow B, \quad x_1 \in \Omega_2; \quad (4)$$

### Метод исследования

В дальнейшем, рассматриваем упрощенный случай литосферной плиты в полосе  $W(-B \leq x_1 \leq B, |x_2| \leq \Gamma)$ ,  $B \gg 1$ , полагая, что ее свойства не изменяются вдоль координаты  $x_2$ . В этом случае имеет место значение параметров  $k = p = c\omega$ . Здесь постоянный параметр  $c$  зависит от свойств материала плиты.

Метод блочного элемента [Бабешко и др., 2022a] после применения к (4) дает выражения для упакованных блочных элементов. Входящая в них внешняя форма  $\omega_B(\alpha_1)$  имеет представление:

$$\omega_B(\alpha_1) = \Delta^{-1} \left\{ \left[ e^{-i\alpha_1 B} 2ik(e^{i(\alpha_1-k)2B} - 1) + i(\alpha_1 - k)e^{i\alpha_1 B} \right] \varphi_B(B) + \right.$$

$$\left. + \left[ e^{i\alpha_1 B} 2iz(-e^{-i(\alpha_1-k)2B} + 1) + i(\alpha_1 - k)e^{-i\alpha_1 B} \right] \varphi_B(-B) + \right.$$

$$\left. + G_B(k)(-e^{i(\alpha_1+k)B} + e^{-i(\alpha_1+k)B}) + G_B(-k)(e^{i(\alpha_1-k)B} - e^{-i(\alpha_1-k)B}) \right\} - G_B(\alpha_1), \quad \Delta = -2i \sin k2B$$

$$G_B(\alpha_1) = \int_{-B}^B g_B(x_1)e^{i\alpha_1 x_1} d\alpha, \quad Q_B(\alpha_1) = \int_{-B}^B q_B(x_1)e^{i\alpha_1 x_1} d\alpha, \quad T_B(\alpha_1) = \int_{-B}^B t_B(x_1)e^{i\alpha_1 x_1} d\alpha, \quad \omega_B(\pm k) = 0$$

Выражение для упакованных блочных элементов принимает интегральное представление:

$$\varphi_B(x_1) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\omega_B(\alpha)}{\alpha^2 - k^2} e^{-i\alpha x_1} d\alpha, \quad (5)$$

Приравняв перемещения  $f_B(x_1)$  в зоне контакта (3) перемещениям блочного элемента  $\varphi_B(x_1)$  (5), после применения преобразования Фурье, получим

$$\begin{aligned} K_0(\alpha_1)Q_B(\alpha_1) + E_B(\alpha_1) &= -(\alpha_1^2 - k^2)^{-1}Q_B(\alpha_1) + S_B(\alpha_1) \\ S_B(\alpha_1) &= (\alpha_1^2 - k^2)^{-1} \langle \omega_B(\alpha_1) + Q_B(\alpha_1) \rangle \end{aligned}$$

Здесь  $E_B(\alpha_1)$  свободная от контакта часть поверхности. После применения к соотношению обращения Фурье по параметру  $\alpha_1$ , будем иметь интегральное уравнение Винера-Хопфа на отрезке вида:

$$\begin{aligned} \int_{-B}^B k(x_1 - \xi_1)q_B(\xi_1)d\xi_1 &= s_B(x_1), \quad -B \leq x_1 \leq B \\ k(x_1) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K(\alpha_1)e^{-i\alpha_1 x_1} d\alpha_1, \quad K(\alpha_1) = K_0(\alpha_1) + (\alpha_1^2 - k^2)^{-1} \end{aligned} \quad (6)$$

В правой части уравнения появляются неизвестные функционалы  $Q_B(k)$ ,  $Q_B(-k)$  от решений интегральных уравнений. Они находятся с помощью обращения интегральных уравнений. Это одна из особенностей таких контактных задач.

В случае жестких штампов такие функционалы не возникают. Именно, определение перечисленных функционалов, зависящих от частоты, привело к получению соотношений, определяющих резонансные частоты в контактных задачах с деформируемым штампом.

Опуская метод решения интегрального уравнения (6), детально изложенный в работе [Бабешко и др., 2022a], приведем представление контактных напряжений под литосферной плитой и соотношение, позволяющее вычислять резонансные частоты для деформируемой литосферной плиты, которые могут инициировать землетрясения.

### Результаты работы и их обсуждение

Решение при больших  $B \gg 1$  с учетом обозначений статьи имеет вид:

$$Q_B(\alpha_1) = Q_1(\alpha_1) + Q_2(\alpha_1) + Q_3(\alpha_1) + S_{0B}(\alpha_1).$$

Здесь обозначено:

$$\begin{aligned} Q_1(\alpha_1) &= -\langle Q_B(k)\sin(\alpha_1 + k)B + Q_B(-k)\sin(\alpha_1 - k)B \rangle 2iM_1(\alpha_1) \\ Q_2(\alpha_1) &= \langle Q_B(k)\{M_3(\alpha_1)\sin(\alpha_1 + k)B\}^+ + Q_B(-k)\{M_3(\alpha_1)\sin(\alpha_1 - k)B\}^- \rangle 2i(\alpha_1 - k)M_2(\alpha_1) \\ Q_3(\alpha_1) &= \langle Q_B(k)\{M_5(\alpha_1)\sin(\alpha_1 + k)B\}^- + Q_B(-k)\{M_5(\alpha_1)\sin(\alpha_1 - k)B\}^+ \rangle 2i(\alpha_1 + k)M_4(\alpha_1) \\ M_1(\alpha_1) &= \frac{P_{0-}(\alpha_1)P_{0+}(\alpha_1)}{R_-(\alpha_1)R_+(\alpha_1)}, \quad M_2(\alpha_1) = \frac{(\alpha_1 - k)P_{0-}(\alpha_1)e^{i\alpha_1 B}}{R_-(\alpha_1)}, \quad M_3(\alpha_1) = \frac{P_{0+}(\alpha_1)e^{-i\alpha_1 B}}{R_+(\alpha_1)(\alpha_1 - k)}, \\ M_4(\alpha_1) &= \frac{(\alpha_1 + k)P_{0+}(\alpha_1)e^{-i\alpha_1 B}}{R_+(\alpha_1)}, \quad M_5(\alpha_1) = \frac{P_{0-}(\alpha_1)e^{i\alpha_1 B}}{R_-(\alpha_1)(\alpha_1 + k)} \end{aligned}$$

После вычисления получаем значения функционалов в форме

$$\begin{aligned} Q_B(k) &= \Delta_B^{-1} [S_{0B}(-k)C_{13}(k) - S_{0B}(k)D_{22}(-k)], & Q_B(-k) &= \Delta_B^{-1} [S_{0B}(-k)D_{11}(k) + S_{0B}(k)C_{23}(-k)] \\ \Delta_B(k) &= D_{11}(k)D_{22}(-k) - C_{13}(k)C_{23}(-k) \end{aligned}$$

Соотношение, позволяющее вычислять резонансные частоты, при которых решение обращается в бесконечность, имеет вид:

$$\Delta_B = D_{11}(k)D_{22}(-k) - C_{13}(k)C_{23}(-k) = 0.$$

Значения всех функций и применяемых операторов либо детально описаны в [Бабешко и др., 2022а], либо указан способ их построения. Функции  $C_{m,n}(k)$ ,  $D_{m,n}(k)$ ,  $\Delta_B(k)$  существуют и выражаются через введенные функции  $M_r$ ,  $r = 1, 2, \dots, 5$ .

Решение интегрального уравнения, после внесения функционалов, принимает вид:

$$q_B(x_1) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Q_B(\alpha_1) e^{-i\alpha_1 x_1} d\alpha_1.$$

Построенное решение задачи для полосовой литосферной плиты, имеет резонанс в связи с конечной ее шириной. В том случае, если литосферная плита будет иметь полубесконечную форму, подобного неограниченного резонанса не будет, но может быть с конечной амплитудой.

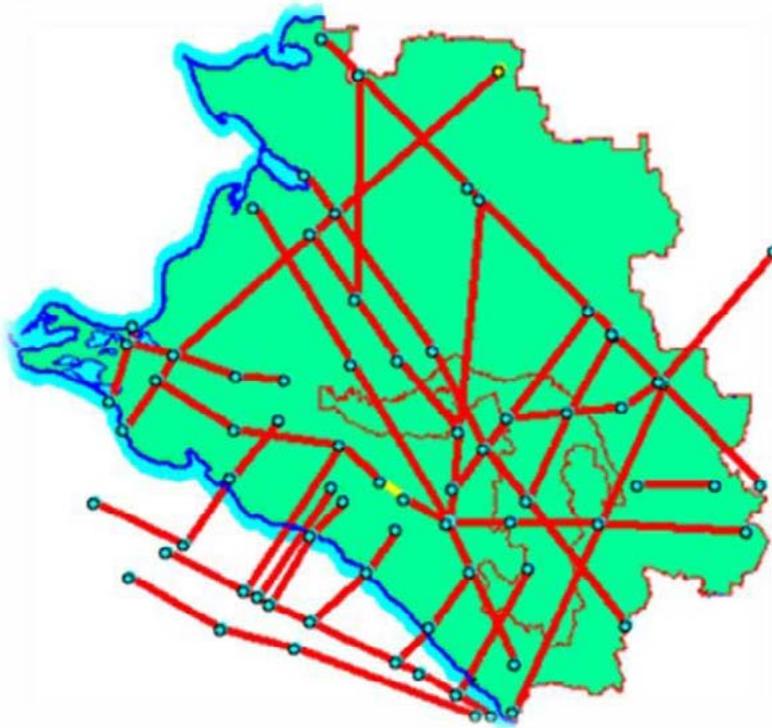


Рис. 3. Фрагменты литосферной плиты на территории Краснодарского края, отделенные разломами /  
Fig. 3. Fragments of the lithospheric plate on the territory of the Krasnodar Territory, separated by faults

## Выводы

Таким образом, с учетом упомянутых во введении важных исследований ученых, обнаруживших колебательные процессы в литосферных плитах, а также естественного влияния периодических приливных процессов от притяжения Луны, с помощью математического моделирования, удалось выявить возможность резонансных процессов в литосферных плитах. Они, по-видимому, могут влиять на возрастание сейсмичности, побуждать возникновение сейсмических событий.

В случае ограниченных плит возможны более интенсивные резонансные процессы, в случае неограниченных, то есть протяженных, резонансные процессы будут слабее.

На рисунке 3 приведены разломы на территории Краснодарского края, которые делят литосферную плиту региона на фрагменты. Каждый из них может испытывать в той или иной мере воздействие дискретных резонансов, описанных выше, в связи с приливными воздействиями Луны, приводящими к медленным колебаниям литосферных плит.

## Литература

1. Бабешко В. А., Евдокимова О. В., Бабешко О. М. О контактных задачах с деформируемым штампом. // Проблемы прочности и пластичности. – 2022а. – Т. 84. № 1. – С. 25-34. DOI: 10.32326/1814-9146-2022-84-1-25-34
2. Бабешко В. А., Евдокимова О. В., Бабешко О. М., Евдокимов В. С. Об определении механического состояния тектонических разломов. // Геология и геофизика Юга России. – 2022б. – Т. 12 (2). – С. 53-66. DOI: 10.46698/VNC.2022.75.85.004
3. Ворович И. И. Спектральные свойства краевой задачи теории упругости для неоднородной полосы. // Доклады АН СССР. – 1979а. – Т. 245. № 4. – С. 817-820.
4. Ворович И. И. Резонансные свойства упругой неоднородной полосы. // Доклады АН СССР. – 1979. – Т. 245. № 5. – С. 1076-1079.
5. Гамбурцев Г. А. Перспективный план исследований по проблеме «Изыскание и развитие прогноза землетрясений». // Развитие идей Г. А. Гамбурцева в геофизике. – М.: Наука, 1982. – С. 304-311.
6. Заалишвили В. Б., Мельков Д. А., Габараев А. Ф., Мерзликин Т. И. Нелинейные колебания грунтовой толщи по инструментальным и численным данным. // Геология и геофизика Юга России. – 2021. – Т. 11 (4). – С. 70-82. DOI: 10.46698/VNC.2021.77.59.006
7. Певнев А. К. Пути к практическому прогнозу землетрясений. – М.: ГЕОС, 2003. – 154 с.
8. Садовский М. А., Болховитинов Л. Г., Писаренко В. Ф. Деформирование геофизической среды и сейсмический процесс. – М.: Наука, 1987. – 104 с.
9. Ферронский В. И., Ферронский С. В. Динамика Земли. – М.: Научный мир, 2007. – 336 с.
10. Чернов Ю. К. Сильные движения грунта и количественная оценка сейсмической оценки территории. – Ташкент: Фан, 1989. – 296 с.
11. Achenbach J. D. Wave propagation in Elastic Solids. // North-Holland Series in Applied Mathematics and Mechanics. – 1973. – p. 480
12. Atkinson V. Earthquake prediction. // Phys. Technol. – 1981. – Vol. 12. No. 2. – pp. 60-68.
13. Babeshko V. A., Evdokimova O. V., Babeshko O. M. Fractal properties of block elements and a new universal modeling method. // Doklady Physics. – 2021. – Vol. 66. No. 8. – pp. 218-222. DOI: 10.1134/S1028335821080012
14. Chernov Yu. K., Zaalishvili V. B., Chernov A. Yu. Strong ground motion simulation for forecasting the probable seismic impacts in the territory of the Republic of North Ossetia-Alania.

// *Izvestiya. Physics of the Solid Earth*. – 2020. – Vol. 56. No. 5. – pp. 644-655. DOI: 10.1134/S1069351320050018

15. Di Toro G. Fault lubrication during earthquake. // *Nature*. – 2011. – Vol. 471 (7339). – pp. 494-498.

16. Geller R. J. Earthquake prediction: A critical review. // *J. Intern.* – 1997. – Vol. 131. – pp. 425-450.

17. Kagan Y. Y. Are earthquake predictable? // *J. Intern.* – 1997. – Vol. 131. – pp. 505-525.

18. Keer R. Earthquake prediction: Mexican quake shows one way to look for the big ones. // *Science*. – 1979. – Vol. 203. No. 4383. – pp. 860-862.

19. Lu X., Lapusta N., Rosakis A. J. Pulse-like and crack-like ruptures in experiments mimicking crustal earthquakes. // *PNAS*. – 2007. – Vol. 104. – pp. 18931-18936.

20. Main I. G., Meredith P. G. Classification of earthquake precursors from a fracture mechanics model. // *Tectonophysics*. – 1989. – Vol. 167. – pp. 273-283.

21. Mitchell E., Fialko Y., Brown K. Temperature dependence of frictional healing of westerly granite: Experimental observations and numerical Simulations. // *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*. – 2013. – Vol. 14. – pp. 567-582.

22. Mitchell E., Fialko Y., Brown K. Frictional properties of gabbro at conditions corresponding to slow slip events in subduction zones. // *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*. – 2015. – Vol. 16. – pp. 4006-4020.

23. Mogi K. Earthquake and fracture. // *Tectonophysics*. – 1967. – Vol. 5. No. 1. – pp. 35-55.

24. Scholz C. H., Sykes L. R., Aggarwal Y. P. Earthquake prediction- a physical basis. // *Science*. 1973. – 2005. – Vol. 181. No. 4102. – pp. 803-809.

25. Wyss M. Evaluation of proposed earthquake precursors. // *Wash. (DC): Amer. Geophys. Union*. – 1991.

26. Xia K., Rosakis A. J., Kanamori H. Laboratory Earthquakes. The Sub-Rayleigh-to-Supershear Rupture Transition. // *Science*. – 2004. – Vol. 303. – pp. 1859-1861.

27. Xia K., Rosakis A. J., Kanamori H., Rice J. R. Laboratory Earthquakes Along Inhomogeneous Faults. Directionality and Supershear. // *Science*. – 2005. – Vol. 308. – pp. 681-684.

## References

1. Babeshko V. A., Evdokimova O. V., Babeshko O. M. On contact problems with deformable stamp. Problems of strength and plasticity. 2022a. Vol. 84. No. 1. pp. 25-34. DOI: 10.32326/1814-9146-2022-84-1-25-34 (In Russ.)

2. Babeshko V. A., Evdokimova O. V., Babeshko O. M., Evdokimov V. S. Determination of the mechanical state of tectonic faults. *Geology and Geophysics of Russian South*. 2022b. Vol. 12 (2). pp. 53-66. DOI: 10.46698/VNC.2022.75.85.004 (In Russ.)

3. Vorovich I. I. Spectral properties of the boundary value problem of elasticity theory for an inhomogeneous strip. Reports of the ANSSR. 1979a. Vol. 245. No. 4. pp. 817-820. (In Russ.)

4. Vorovich I. I. Resonance properties of an elastic inhomogeneous band. Reports of the ANSSR. 1979b. Vol. 245. No. 5. pp. 1076-1079. (In Russ.)

5. Vorovich I. I., Babeshko V. A. Dynamic mixed problems of elasticity theory for non-classical regions. Moscow. Nauka. 1979. 320 p. (In Russ.)

6. Gamburtsev G. A. Perspective plan of research on the problem “Research and development of earthquake forecast”. In: Development of the G. A. Gamburtsev’s Ideas in Geophysics. Moscow. Nauka. 1982. pp. 304-311. (In Russ.)

7. Zaalishvili V. B., Melkov D. A., Gabaraev A. F., Merzlikin T. I. Nonlinear vibrations of soil strata according to instrumental and numerical data. *Geology and Geophysics of Russian South*. 2021. Vol. 11 (4). 70-82. DOI: 10.46698/VNC.2021.77.59.006 (in Russ.)

8. Pevnev A. K. Ways to practical earthquake prediction. Moscow. GEOS. 2003. 154 p. (in Russ.)

9. Sadovsky M.A., Bolkhovitinov L.G., Pisarenko V.F. Deformation of the geophysical environment and the seismic process. Moscow. Nauka. 1987. 104 p. (in Russ.)
10. Ferronsky V.I., Ferronsky S.V. Earth dynamics. Moscow. Nauchnyi mir. 2007. 336 p. (in Russ.)
11. Chernov Yu.K. Strong ground motions and quantification of the seismic assessment of the territory. Tashkent. Fan. 1989. 296 p. (in Russ.)
12. Atkinson B. Earthquake prediction. *Phys. Technol.* 1981. Vol. 12. No. 2. pp. 60-68.
13. Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M. Fractal properties of block elements and a new universal modeling method. *Doklady Physics.* 2021. Vol. 66. No. 8. pp. 218-222. DOI: 10.1134/S1028335821080012
14. Chernov Yu.K., Zaalishvili V.B., Chernov A.Yu. Strong ground motion simulation for forecasting the probable seismic impacts in the territory of the Republic of North Ossetia-Alania. *Izvestiya. Physics of the Solid Earth.* 2020. Vol. 56. No. 5. pp. 644-655. DOI: 10.1134/S1069351320050018
15. Di Toro G. Fault lubrication during earthquake. *Nature.* 2011. Vol. 471 (7339). pp. 494-498.
16. Geller R. J. Earthquake prediction: A critical review. *J. Intern.* 1997. Vol. 131. pp. 425-450.
17. Kagan Y. Y. Are earthquake predictable? *J. Intern.* 1997. Vol. 131. pp. 505-525.
18. Keer R. Earthquake prediction: Mexican quake shows one way to look for the big ones. *Science.* 1979. Vol. 203. No. 4383. pp. 860-862.
19. Lu, X., Lapusta N., Rosakis A.J. Pulse-like and crack-like ruptures in experiments mimicking crustal earthquakes. *PNAS.* 2007. Vol. 104. pp. 18931-18936.
20. Main I.G., Meredith P.G. Classification of earthquake precursors from a fracture mechanics model. *Tectonophysics.* 1989. Vol. 167. pp. 273-283.
21. Mitchell E., Fialko Y., Brown K. Temperature dependence of frictional healing of westerly granite: Experimental observations and numerical Simulations. *Geochemistry, Geophysics, Geosystems.* 2013. Vol. 14. pp. 567-582.
22. Mitchell E., Fialko Y., Brown K. Frictional properties of gabbro at conditions corresponding to slow slip events in subduction zones. *Geochemistry, Geophysics, Geosystems.* 2015. Vol. 16. pp. 4006-4020.
23. Mogi K. Earthquake and fracture. *Tectonophysics.* 1967. Vol. 5. No. 1. pp. 35-55.
24. Scholz C. H., Sykes L. R., Aggarwal Y. P. Earthquake prediction- a physical basis. *Science.* 1973. 2005. Vol. 181. No. 4102. pp. 803-809.
25. Wyss M. Evaluation of proposed earthquake precursors. Wash. (DC): Amer. Geophys. Union. 1991.
26. Xia K., Rosakis A.J., Kanamori H. Laboratory Earthquakes. The Sub-Rayleigh-to-Supershear Rupture Transition. *Science.* 2004. Vol. 303. pp. 1859-1861.
27. Xia K., Rosakis A.J., Kanamori H., Rice J.R. Laboratory Earthquakes Along Inhomogeneous Faults. Directionality and Supershear. *Science.* 2005. Vol. 308. pp. 681-684.