

ГЕОФИЗИКА

УДК 550.34; 539.3

[DOI: 10.46698/VNC.2022.75.85.004](https://doi.org/10.46698/VNC.2022.75.85.004)

Оригинальная статья

Об определении механического состояния тектонических разломов

В.А. Бабешко^{1, 2}, О.В. Евдокимова², О.М. Бабешко¹, В.С. Евдокимов²¹Кубанский государственный университет, Россия, 350059, г. Краснодар,
ул. Ставропольская, 149, e-mail: rector@kubsu.ru;²Южный научный центр Российской академии наук, Россия, 344005, Ростов-на-Дону,
пр. Чехова, 41, e-mail: ras@ssc-ras.ru, babeshko41@mail.ru

Статья поступила: 06.04.2022, доработана: 11.05.2022, одобрена в печать: 17.05.2022

Резюме: Актуальность работы следует из необходимости решения проблемы более точного прогноза возможности возникновения стартового землетрясения для случаев различного механического строения литосферных плит. **Целью проведенных исследований** явилось решение задачи оценки прочностных свойств берегов тектонического разлома литосферных плит при применении новых математических методов. Разрушения берегов разломов вблизи основания являются причиной стартовых землетрясений. **Методы работы.** Изучается тот случай, когда разлом формируется в результате встречного приближения торцов гранитных фрагментов литосферных плит находящихся на базальтовом основании на границе Конрада, или образуется в результате изгибного разрушения плиты при субдукции. В процессе исследования применяется новый прогрессивный математический аппарат – метод блочного элемента, позволяющий аналитически получать высокоточные решения граничных задач, недоступных для анализа иными методами. **Результатом исследования** явилась разработка нескольких математических подходов, специально разработанных авторами для исследования и решения поставленных задач. Прежде всего, впервые начала строго математически разрабатываться теория контактных задач с деформируемыми штампами в дополнение к случаям абсолютно жестких штампов. Во-вторых, создан новый универсальный метод моделирования, позволяющий решения векторных граничных задач для систем дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих материалы сложных реологий, представлять разложенными по решениям отдельных скалярных граничных задач. В процессе построения теории контактных задач с деформируемыми штампами возникают новые неизвестные функционалы, определение которых необходимо для решения проблемы. С помощью новых методов в работе доказана возможность получения соотношений, позволяющих оценивать степень опасности разрушения разлома, поскольку удается получить все недостающие для этого параметры.

Ключевые слова: литосферные плиты, стартовое землетрясение, контактная задача, интегральное уравнение, функционалы решения

Благодарности: Отдельные фрагменты работы выполнены в рамках реализации Госзадания на 2022 г. Минобрнауки, проект (FZEN-2020-0020), ЮНЦ РАН проект (00-22-13) № госрегистрации 122020100341-0, и при поддержке грантов РФФИ (19-41-230003), (19-41-230004), (19-48-230014).

Для цитирования: Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М., Евдокимов В.С. Об определении механического состояния тектонических разломов. *Геология и геофизика Юга России*. 2022. 12(2): 53-66. DOI: 10.46698/VNC.2022.75.85.004.

GEOFYSICS

DOI: [10.46698/VNC.2022.75.85.004](https://doi.org/10.46698/VNC.2022.75.85.004)

Original paper

Determination of the mechanical state of tectonic faults

V.A. Babeshko^{1, 2}, O.V. Evdokimova², O.M. Babeshko¹, V.S. Evdokimov²

¹Kuban State University, 149 Stavropol str., Krasnodar 350059, Russian Federation,
e-mail: rector@kubsu.ru;

²Southern Scientific Centre, Russian Academy of Sciences, 41 Chekhov Ave.,
Rostov-on-Don 344006, Russian Federation, e-mail: ras@ssc-ras.ru, babeshko41@mail.ru

Received: 06.04.2022, revised: 11.05.2022, accepted: 17.05.2022

Abstract: The relevance of the work follows from the need to solve the problem of a more accurate prediction of the possibility of a starting earthquake for cases of various mechanical structures of lithospheric plates. The aim of the research was to solve the problem of assessing the strength properties of the shores of the tectonic fault of lithospheric plates when applying new mathematical methods. The destruction of the fault banks near the base is the cause of the initial earthquakes. **Methods.** The case is studied when the fault is formed as a result of the oncoming approach of the ends of granite fragments of lithospheric plates located on a basalt base at the Conrad boundary, or formed as a result of flexural plate destruction during subduction. In the process of research, a new progressive mathematical apparatus is used – the block element method, which allows analytically obtaining high-precision solutions to boundary value problems that are not available for analysis by other methods. **The result** of the study was the development of several mathematical approaches specially developed by the authors for the study and solution of the tasks. First of all, the theory of contact problems with deformable stamps began to be developed strictly mathematically for the first time in addition to cases with absolutely rigid stamps. Secondly, a new universal modeling method has been created that allows solutions of vector boundary value problems for systems of partial differential equations describing materials of complex rheologies to be decomposed according to solutions of individual scalar boundary value problems. In the process of constructing the theory of contact problems with deformable stamps, new unknown functionals arise, the definition of which is necessary to solve the problem. With the help of new methods, the possibility of obtaining ratios that allow us to assess the degree of danger of fracture destruction is proved in the work, since it is possible to obtain all the missing parameters for this.

Keywords: lithospheric plates, starting earthquake, contact problem, integral equation, functionals solution.

Acknowledgments: Some fragments of the work were carried out as part of the implementation of the State Assignment for 2022 of the Ministry of Education and Science, Project (FZEN-2020-0020), SSC RAS project (00-22-13) state registration number 122020100341-0, and with the support of RFBR grants (19-41-230003), (19-41-230004), (19-48-230014).

For citation: Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M., Evdokimov V.S. Determination of the mechanical state of tectonic faults. *Geologiya i Geofizika Yuga Rossii = Geology and Geophysics of Russian South*. (in Russ.). 2022. 12(2): 53-66. DOI: 10.46698/VNC.2022.75.85.004.

Введение

В работе впервые исследуется проблема оценки прочностных свойств разломов тектонических плит. Изучается тот случай, когда разлом формируется в результате встречного приближения торцов гранитных фрагментов литосферных плит, находящихся на базальтовом основании на границе Конрада.

В процессе исследования применяется новый прогрессивный математический аппарат – метод блочного элемента, позволяющий аналитически получать высокоточные решения граничных задач, недоступных для анализа иными методами. Исследование подобной задачи, в предположении моделирования гранитных фрагментов пластинами Кирхгофа, привело к обнаружению «стартовых землетрясений», единственных, которые возможно прогнозировать. Эти землетрясения возникают не в связи с взаимодействием между торцами литосферных плит, а по причине возникновения сингулярной концентрации контактных напряжений сблизившихся литосферных плит на основании. Такая концентрация напряжений, всегда вызывает разрушение среды и возникает при всех, как вертикальных, так и горизонтальных, перемещениях литосферных плит. Землетрясения вызывают в реальных зонах эпицентров такие же подвижки дневной поверхности, как и расчетные. Результаты опубликованы в ведущих зарубежных журналах. Стартовые землетрясения обнаружены при моделировании литосферных плит пластинами Кирхгофа. Встает вопрос о стартовых землетрясениях при замене моделей Кирхгофа плитами линейной теории упругости, описываемыми уравнениями Ламе, а также материалами иных реологий. Для исследования этих вопросов разработано несколько математических подходов, позволяющих преодолеть возникшие сложности. Строго математически разрабатывается теория контактных задач с деформируемыми штампами в дополнение к случаям с абсолютно жесткими штампами и создан новый универсальный метод моделирования. Метод позволяет решения векторных граничных задач для систем дифференциальных уравнений в частных производных, представлять разложенными по решениям отдельных скалярных граничных задач. Вместе с последними опубликованными результатами это позволяет получать все недостающие для оценки состояния разломов параметры.

К применению методов механики в решении проблемы прогноза сейсмичности призывал директор Института физики Земли АН СССР, академик Г.А. Гамбурцев. Он писал [Гамбурцев, 1982]: «Изыскание методов прогноза времени землетрясений следует направить в первую очередь в сторону поиска механических предвестников землетрясений. Такие поиски могут быть успешными только в том случае, если они будут основываться на глубоком изучении всех деталей механизма быстрых и медленных движений блоков земной коры сейсмоактивных районов». Метод блочного элемента также не случаен в проводимых исследованиях. Следующему директору Института физики Земли АН СССР, академику М.А. Садовскому [Садовский и др., 1987] принадлежит утверждение о невозможности прогноза землетрясений, основываясь лишь на слоистом строении коры Земли, необходимо учитывать реально существующие блочные модели. Именно эти рекомендации выдающихся ученых, глубоко понимающих тонкости проблемы, побудили авторов провести исследование одной из механических моделей. Заметим, что геофизики всегда стремились к применению глубоких математических методов в своих исследованиях.

Достаточно сказать, что даже выдающийся математик, лауреат Нобелевской премии Л.В. Канторович также заинтересовался проблемой прогноза землетрясений, развив теорию, основанную на вероятностном подходе [Канторович и др., 1970].

Вероятностные методы для прогноза землетрясений совершенствуются в последнее время в [Zavyalov, 2016]. Можно отметить глубокие исследования геофизиков Северного Кавказа проблемы сейсмичности и прогноза, внесших заметный вклад в эту отрасль науки и добившихся мирового признания [Заалишвили и др., 2021; Chernov et al., 2020; Чотчаев и др., 2021]. Различные подходы и методы приведены в многочисленных публикациях [Reid, 1910; Gutenberg, Richter, 1954; Rice, 1982; Ide, Berosa, 2001; Di Toro, 2011; Passelegue, Goldsby, 2014; Freed, 2005; Bouchon et al., 2013; Blanpied et al., 1991; Babeshko et al., 2016, 2018; Mitchell et al., 2013, 2015].

Исследованию коровых землетрясений, возникающих в связи с внутренними процессами в коре Земли посвящена монография [Добровольский, 2009]. В ней дан обзор подходов и взглядов разных исследователей на процесс подготовки землетрясений и их протекание. Автором предпринята попытка применения механических методов для решения проблемы прогноза. Она содержит ряд механико-математических исследований разрушения деформируемого материала в связи с образованием неоднородностей, возникающих при больших деформациях в линейных и нелинейных постановках. Особую значимость в этой монографии имеют обзоры различных исследователей в проблеме прогноза землетрясений. И.П. Добровольскому в монографии [Добровольский, 2009] принадлежит изречение, которое является наиболее близким к обнаружению стартовых землетрясений и сформулировано именно в год начала разработки теории блочного элемента. Говоря о стадиях подготовки землетрясений, он пишет, стр. 131: «Стадия асейсмического состояния сменяется фазой консолидации, на которой два блока (отдельности) входят в относительно прочное зацепление, образуя консолидированную область или неоднородность...». По мнению авторов, в достаточно полном описании всех стадий подготовки корового землетрясения, автор не проверил стадию процесса сближения блоков при создании зацепления. Так получилось в связи с тем, что теории блочного элемента в то время не было и точно решить эту контактную задачу с деформируемыми штампами – сближившимися литосферными плитами, не удалось. Это не дало возможности точно выяснить наличие сингулярной концентрации контактных напряжений в зоне сближившихся литосферных плит до зацепления, хотя численно многие наблюдали рост напряжений (рис. 1).

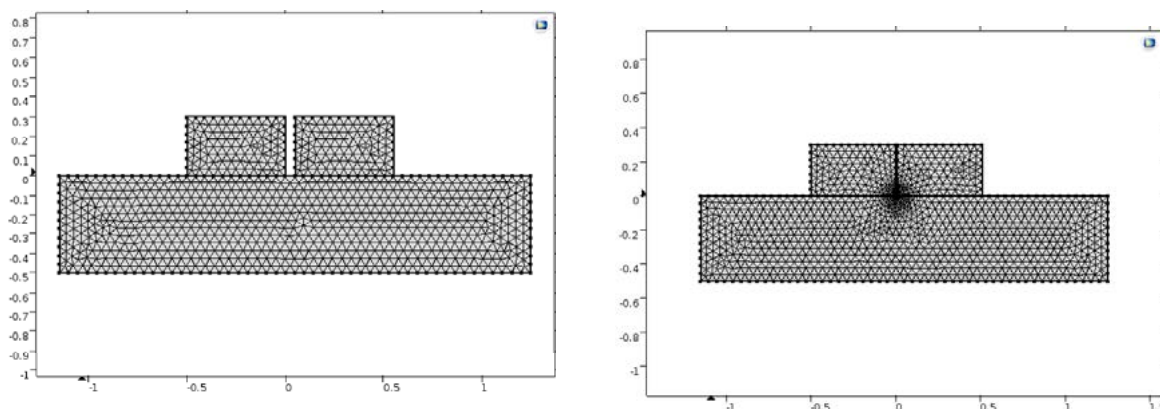


Рис. 1. Нарастание концентрации контактных напряжений под сближающимися торцами литосферных плит. Численный расчет /

Fig. 1. An increase in the concentration of contact stress under the approaching edges of the lithospheric plates. Numerical calculation

Построенная авторами математически точная модель сближения литосферных плит привела к новым результатам, опубликованным в ведущем журнале в области механики [Babeshko et al., 2016, 2018]. Новым строго математическим методом, разработанным авторами и названным методом блочного элемента, была изучена модель сближения полубесконечных литосферных плит, а точнее, гранитных фрагментов литосферных плит, торцами, образующими разлом (рис. 2). Фрагменты литосферных плит находятся на базальтовом основании, на границе Конрада. Разломы не являются сплошными, вплоть до астеносферы, иначе, благодаря спредингу, магма просачивалась бы по ним до поверхности, что не имеет места. Целое базальтовое основание принуждает магму искать выход в зонах вулканов. Как установлено американскими учеными [Mitchell et al., 2013, 2015], гранит при 600°C начинает оплавляться и скользит по базальту.

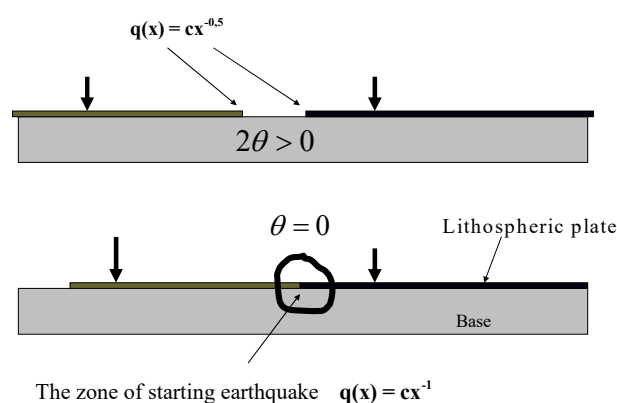


Рис. 2. Сближение торцами литосферных плит вплоть до возникновения стартового землетрясения /

Fig. 2. Approximation of the edges of the lithospheric plates up to the origin of an initial earthquake

В выполненных исследованиях [Babeshko et al., 2018] получена и обоснована модель, позволяющая выявлять момент разрушения среды, возникшими по краям разлома в зоне контакта литосферных плит с основанием сингулярными концентрациями контактных напряжений. Разрушения начинаются как только между торцами полубесконечных литосферных плит исчезает расстояние, но они не воздействуют друг на друга. Поэтому землетрясение названо «стартовым», так как происходит раньше корового, вызываемого взаимодействием торцов плит. В зоне эпицентра землетрясения методом блочного элемента осуществлен расчет по полученным теоретическим результатам [Babeshko et al., 2018], показывающий вертикальную подвижку на дневной поверхности. Там же приводится подвижка реально произошедшего в Спитаке землетрясения (рис. 3). Это видно на примере обычных ножниц, разрезающих ткань или бумагу. Когда их ножны сближены, процесс успешен, когда разведены, разрезать трудно.

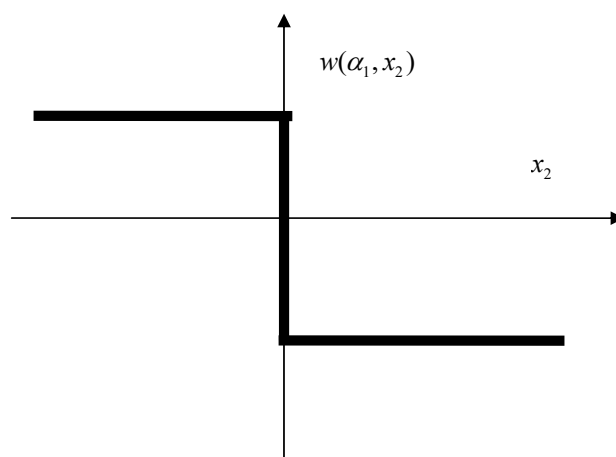


Рис. 3. Расчетное поведение подвижки поверхности и уступ излома в зоне максимального взброса на участке между Спитаком и с. Гехасар после Спитакского землетрясения /

Fig. 3. The calculated behavior of the surface displacement and the fracture ledge in the zone of the maximum overfault in the area between Spitak and the village of Gekhasar after the Spitak earthquake

Однако, для точной оценки прочностного состояния берегов разломов литосферных плит, в подходе, примененном в работах [Babeshko et al., 2018] оставался неопределенным функционал решения. Он не влиял на качественные характеристики решения, однако, для правильной количественной оценки прочностного состояния берегов разломов, этого недостаточно. Выяснилось, что для решения проблемы определения функционалов требуется разработать теорию контактных задач для случая деформируемых штампов. Ранее была разработана эта теория для случая абсолютно твердых штампов [Галин, 1980; Ворович, Бабешко, 1979]. В более ранней работе авторов поставлена и получено точное решение контактной задачи для отдельного деформируемого штампа, описываемого граничной задачей для уравнений Гельмгольца. В ней показано, каким образом определяются возникающие при этих исследованиях функционалы. В настоящем исследовании рассматривается более сложная проблема совместного взаимодействия двух полубесконечных ли-

тосферных плит, описываемая граничными задачами для уравнения Гельмгольца, в которых также возникают функционалы, требующие определения. В этой работе впервые показано, что и при совместном действии деформируемых штампов на поверхность, все функционалы возможно определить. Этот результат, с применением нового универсального метода моделирования, позволяет получать решение этой задачи для плит, состоящих из материалов сложной реологии [Бабешко и др., 2021]. Именно такую реологию имеют реальные литосферные плиты, фрагменты которых могут изменяться в зоне Беньофа в процессе субдукции.

Постановка задачи

Ниже представлено краткое изложение формирования подобных моделей и показано, что они позволяют получать недостающие параметры предыдущих подходов. Это дает возможность более точно получать прочностные характеристики берегов разлома на предмет наблюдения за их поведением.

В связи с наличием приливных притяжений кора земли, как многослойная линейно деформируемая среда, находится в условиях вибрации, описываемой функцией $e^{-i\omega t}$. Считаем, что вертикальные внешние воздействия на многослойную среду характеризуются такой же временной функцией. Исключая эту функцию из уравнений и граничных условий, приходим к стационарной граничной задаче. На ее верхней границе вводится декартова система координат, таким образом, что ось ox_3 направлена по внешней нормали, остальные оси ox_1, ox_2 лежат в касательной плоскости. Предполагается, что в областях $W_A(-\infty \leq x_1 \leq -A, |x_2| \leq \infty)$ и $W_A(A \leq x_1 \leq \infty, |x_2| \leq \infty)$ находится простейшая модель литосферной плиты, описываемая граничной задачей для дифференциальных уравнений Гельмгольца.

$$\begin{aligned} & [\partial^2 x_1 + \partial^2 x_2 + p^2] \varphi_{-A}(x_1, x_2) = g(x_1, x_2), \quad g(x_1, x_2) = q(x_1, x_2) - t(x_1, x_2), \\ & \Omega_{-A}(-\infty \leq x_1 \leq -A, |x_2| \leq \infty) \\ & [\partial^2 x_1 + \partial^2 x_2 + p^2] \varphi_A(x_1, x_2) = g(x_1, x_2), \quad g(x_1, x_2) = q(x_1, x_2) - t(x_1, x_2), \\ & \Omega_A(A \leq x_1 \leq \infty, |x_2| \leq \infty) \end{aligned} \quad (1)$$

С граничными условиями:

$$\varphi_{-A}(x_1, x_2) = \varphi(-A, x_2), \quad x_1 \rightarrow -A, \quad \varphi_A(x_1, x_2) = \varphi(A, x_2), \quad x_1 \rightarrow A,$$

Применив в уравнении (1) преобразование Фурье по координате x_2

$$\varphi(x_1, \alpha_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x_1, x_2) e^{i\alpha_2 x_2} dx_2$$

приходим к одномерной граничной задаче с параметром α_2 .

$$\begin{aligned} & (\partial^2 x_1 + k^2) \varphi_{-A}(x_1, \alpha_2) = g_{-A}(x_1, \alpha_2), \quad \Omega_{-A}(-\infty \leq x_1 \leq -A), \quad k^2 = p^2 - \alpha_2^2 \\ & (\partial^2 x_1 + k^2) \varphi_A(x_1, \alpha_2) = g_A(x_1, \alpha_2), \quad \Omega_A(A \leq x_1 \leq \infty,) \\ & g_{-A}(x_1, \alpha_2) = q_{-A}(x_1, \alpha_2) - t_{-A}(x_1, \alpha_2), \quad g_A(x_1, \alpha_2) = q_A(x_1, \alpha_2) - t_A(x_1, \alpha_2), \\ & \varphi(x_1) = \varphi(x_1, \alpha_2), \quad \varphi(x_1, \alpha_2) = \varphi(\pm A, \alpha_2), \quad x_1 \rightarrow \pm A, \\ & \varphi_{-A}(x_1, \alpha_2) = \varphi(-A, \alpha_2), \quad x_1 \rightarrow -A, \quad \varphi_A(x_1, \alpha_2) = \varphi(A, \alpha_2), \quad x_1 \rightarrow A, \end{aligned} \quad (2)$$

Параметр α_2 в дальнейшем, ради краткости, опускается, хотя во всех функциях он присутствует, и возврат к нему произойдет по формулам (7) после решения следующей одномерной граничной задачи:

$$\begin{aligned} (\partial^2 x_1 + k^2) \varphi_{-A}(x_1) &= g_{-A}(x_1), \quad \Omega_{-A}(-\infty \leq x_1 \leq -A), \quad k^2 = p^2 - \alpha_2^2 \\ (\partial^2 x_1 + k^2) \varphi_A(x_1) &= g_A(x_1), \quad \Omega_A(A \leq x_1 \leq \infty) \\ g_{-A}(x_1) &= q_{-A}(x_1) - t_{-A}(x_1), \quad g_A(x_1) = q_A(x_1) - t_A(x_1), \\ \varphi(x_1) &= \varphi(x_1), \quad g(x_1) = g(x_1), \quad \varphi(x_1) = \varphi(\pm A), \quad x_1 \rightarrow \pm A, \\ \varphi_{-A}(x_1) &= \varphi(-A), \quad x_1 \rightarrow -A, \quad \varphi_A(x_1) = \varphi(A), \quad x_1 \rightarrow A, \end{aligned} \quad (3)$$

В качестве литосферой плиты, моделированной уравнением Гельмгольца, можно рассматривать мембрану, допускающую представление в виде фрактала – упакованного блочного элемента, участвующего в описании решений сложных векторных граничных задач [Бабешко и др., 2021]. Она имеет внешнее воздействие, как по границе, описываемое функциями $\varphi(A)$ и $\varphi(-A)$, так и на поверхности. Считаем, что q_A и q_{-A} являются контактными напряжениями, действующими на мембрану со стороны многослойной среды, а t_A и t_{-A} являются внешними давлениями сверху.

Метод исследования

Для исследования построим упакованные блочные элементы, порождаемые граничной задачей (3). Для этого можно применить метод, детально изложенный в [Babeshko et al., 2018].

В результате его применения строятся внешние формы для каждой граничной задачи, которые принимают вид:

$$\begin{aligned} \omega_{-A}(\alpha_1) &= -i(\alpha_1 + k) \varphi_{-A}(-C) e^{-i\alpha_1 C} + Q_{-A}(-k) e^{-i(\alpha_1 + k)C} - \\ &- Q_{-A}(\alpha_1) - T_{-A}(-k) e^{-i(\alpha_1 + k)C} + T_{-A}(\alpha_1) \\ \omega_A(\alpha_1) &= i(\alpha_1 - k) \varphi_A(A) e^{i\alpha_1 A} + Q_A(k) e^{i(\alpha_1 - k)A} - Q_A(\alpha_1) - T_A(k) e^{i(\alpha_1 - k)A} + T_A(\alpha_1) \end{aligned}$$

Здесь приняты обозначения преобразований Фурье строчных букв заглавными

$$\Phi(\alpha_1) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x_1) e^{i\alpha_1 x_1} dx_1$$

С помощью построенных внешних форм, перемещения мембраны можно представить упакованными блочными элементами в виде [Babeshko et al., 2018]:

$$\begin{aligned} \varphi_r(x_1) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_r(\alpha_1) e^{-i\alpha_1 x_1} d\alpha_1, \quad \Phi_r(\alpha_1) = \frac{\omega_r(\alpha_1)}{N(\alpha_1)}, \quad r = A, -A, \\ N(\alpha_1) &= (\alpha^2 - k^2) \end{aligned}$$

Связь между граничными напряжениями и перемещениями на поверхности упругой среды, на которой находится литосферная плита, имеет вид:

$$u_r(x_1) = \int_{-\infty}^{-A} k(x_1 - \xi_1) q_{-A}(\xi_1) d\xi_1 + \int_A^{\infty} k(x_1 - \xi_1) q_A(\xi_1) d\xi_1,$$

$$k(x_1) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K(\alpha_1) e^{-i\alpha_1 x_1} d\alpha_1,$$

где $K(\alpha_1)$ – четная аналитическая функция комплексного переменного α_1 , в частности, мероморфная, ее примеры приведены в многочисленных публикациях, например, в [Ворович, Бабешко, 1979].

В случае многослойной среды функция $K(\alpha_1)$ является мероморфной, имеющей счетное число нулей и полюсов. Им свойственно асимптотическое поведение вида:

$$\xi_s = ir(s + 0.5)(1 + o(1)), \quad s \rightarrow \infty, \quad z_m = ir m(1 + o(1)), \quad s \rightarrow \infty, \quad r = \text{const} > 0$$

В динамическом случае при достаточно большой частоте ω появляется конечное число вещественных нулей и полюсов. В этом случае в представлении ядро интегрального уравнения описывается интегралом, берущимся по контуру, имеющему вид

$$k(x_1) = \frac{1}{2\pi} \int_{\gamma} K(\alpha_1) e^{-i\alpha_1 x_1} d\alpha_1$$

Контур γ совпадает с вещественной осью всюду, кроме зон вещественных полюсов, которые обходятся им по полуокружностям малого радиуса [Ворович, Бабешко, 1979].

Балансы перемещений поверхности многослойной среды и мембран представим в форме:

$$u_r(x_1) = \varphi_r(x_1), \quad x_1 \in \Omega_r$$

В преобразованиях Фурье получаем соотношения:

$$\begin{aligned} K(\alpha_1) Q_{-A}(\alpha_1) &= (\alpha_1^2 - k^2)^{-1} [-Q_{-A}(\alpha_1) + S_{-A}], \\ [K(\alpha_1) + (\alpha_1^2 - k^2)^{-1}] Q_{-A}(\alpha_1) &= (\alpha_1^2 - k^2)^{-1} S_{-A} \\ K(\alpha_1) Q_A(\alpha_1) &= (\alpha_1^2 - k^2)^{-1} [-Q_A(\alpha_1) + S_A], \\ [K(\alpha_1) + (\alpha_1^2 - k^2)^{-1}] Q_A(\alpha_1) &= (\alpha_1^2 - k^2)^{-1} S_A \\ S_{-A} &= -i(\alpha_1 + k) \varphi_{-A}(-A) e^{-i\alpha_1 A} + Q_{-A}(-k) e^{-i(\alpha_1 + k)A} - T_{-A}(-k) e^{-i(\alpha_1 + k)A} + T_{-A}(\alpha_1) \\ S_A &= i(\alpha_1 - k) \varphi_A(A) e^{i\alpha_1 A} + Q_A(k) e^{i(\alpha_1 - k)A} - T_A(k) e^{i(\alpha_1 - k)A} + T_A(\alpha_1) \end{aligned}$$

Из этих соотношений можно видеть, что наряду с требуемыми для определения неизвестными преобразованиями Фурье контактных напряжений $Q_A(\alpha_1)$ и $Q_{-A}(\alpha_1)$, свойственными контактными задачам с абсолютно жестким штампом, в правых частях у функций $S_A(\alpha_1)$ и $S_{-A}(\alpha_1)$ появляются неизвестные функционалы $Q_A(k)$ и $Q_{-A}(-k)$. Это новое свойство возникло в связи с решением контактной задачи с деформируемым штампом. Без определения этих параметров, найти точные оценки поведения контактных напряжений в этих задачах нет возможности.

Для решения поставленной проблемы составим в преобразованиях Фурье уравнение перемещения всей поверхности многослойной среды с учетом обеих контактных зон, а также бесконтактной зоны. Оно имеет вид:

$$K(\alpha_1) Q_{-A}^-(\alpha_1) + W(\alpha_1) + K(\alpha_1) Q_A^+(\alpha_1) = (\alpha_1^2 - k^2)^{-1} (S_-^- + S^+) \quad (4)$$

С учетом аналитических свойств функций, сведем его к обобщенному уравнению Винера-Хопфа, приняв обозначения:

$$Q_{-A}^-(\alpha_1) \equiv Q_{-A}(\alpha_1), \quad S_{-A}^- \equiv S_{-A}(\alpha_1) \quad Q_A^+(\alpha_1) \equiv Q_A(\alpha_1), \quad S_A^+(\alpha_1) \equiv S_A(\alpha_1).$$

Знак плюс означает регулярность аналитической функции комплексного переменного в верхней полуплоскости, а минус – в нижней. Здесь в (4) $W(\alpha_1)$ – преобразование Фурье перемещения свободной от внешних воздействий зоны поверхности, находящейся между зонами контакта Ω_r , $r = -A, A$.

Соотношения (4) представляют обобщенные функциональные уравнения типа Винера-Хопфа относительно неизвестных $Q_{-A}^-(\alpha_1)$, $Q_A^+(\alpha_1)$, $W(\alpha_1)$, а также функционалов $Q_{-A}(-k)$, $Q_A(k)$, входящих в правые части уравнений. Для их исследования и нахождения строятся интегральные уравнения [Ворович, Бабешко, 1979].

Метод факторизации

Применим для исследования функционального уравнения аппарат факторизации функций [Ворович, Бабешко, 1979], позволяющий свести его к отдельным интегральным уравнениям. С этой целью для четной функции $K(\alpha_1)$ осуществим факторизацию $K(\alpha_1) = K_+(\alpha_1)K_-(\alpha_1)$ таким образом, чтобы выполнялось соотношение $K_+(-\alpha_1) = K_-(\alpha_1)$.

Для факторизованных функций на вещественной оси справедливы оценки $K_{\pm}(\alpha_1) = O(\alpha_1^{-0.5})$, $|\alpha_1| \rightarrow \infty$.

Введя новые неизвестные $K_-(\alpha_1)Q_{-A}^-(\alpha_1)e^{i\alpha_1 A} = X_-(\alpha_1)$, $K_+(\alpha_1)Q_A^+(\alpha_1)e^{-i\alpha_1 A} = X_+(\alpha_1)$ и осуществив свойственные факторизационному методу операции [Ворович, Бабешко, 1979], получаем систему интегральных уравнений вида:

$$X_-(\alpha_1) - \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{K_-(\xi)X_+(\xi)e^{i\xi 2A}}{K_+(\xi)(\xi - \alpha_1)} d\xi = \{K_+^{-1}(\alpha_1)(\alpha_1^2 - k^2)^{-1}S_{-C}^- e^{-i\alpha_1 C}\}^-, \quad \text{Im } \alpha_1 < 0$$

$$X_+(\alpha_1) + \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{K_+(\xi)X_-(\xi)e^{-i\xi 2A}}{K_-(\xi)(\xi - \alpha_1)} d\xi = \{K_-^{-1}(\alpha_1)(\alpha_1^2 - k^2)^{-1}S_A^+ e^{i\alpha_1 A}\}^+, \quad \text{Im } \alpha_1 > 0$$

Здесь использовано обозначение, заимствованное из [Ворович, Бабешко, 1979]:

$$\{R(\alpha_1)\}^{\pm} = \pm \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{R(\xi)}{\xi - \alpha_1} d\xi, \quad \pm \text{Im } \alpha_1 > 0 \quad (5)$$

Взяв неизвестные $Y_1(\alpha_1) = X_+(\alpha_1) + X_-(-\alpha_1)$, приводим систему интегральных уравнений к отдельным уравнениям вида:

$$Y_2(\alpha_1) = -\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{K_-(\xi)Y_1(\xi)e^{i\xi 2A}}{K_+(\xi)(\xi + \alpha_1)} d\xi = \{K_-^{-1}(\alpha_1)(\alpha_1^2 - k^2)^{-1}S_A^+ e^{i\alpha_1 A}\}^+ -$$

$$-\{K_+^{-1}(\alpha_1)(\alpha_1^2 - k^2)^{-1}S_{-A}^- e^{-i\alpha_1 A}\}^+$$

$$Y_1(\alpha_1) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{K_-(\xi)Y_1(\xi)e^{i\xi 2A}}{K_+(\xi)(\xi + \alpha_1)} d\xi = \{K_-^{-1}(\alpha_1)(\alpha_1^2 - k^2)^{-1}S_A^+ e^{i\alpha_1 A}\}^+ +$$

$$+\{K_+^{-1}(\alpha_1)(\alpha_1^2 - k^2)^{-1}S_{-A}^- e^{-i\alpha_1 A}\}^+, \quad \text{Im } \alpha_1 \geq 0$$

Под интегралами справа находятся аналитические функции, поэтому интегральные операторы в правой части описываются интегралами Дирихле.

Опуская достаточно громоздкие выкладки, связанные со способами решения интегральных уравнений, изложенными в [Ворович, Бабешко, 1979], получаем следующее представление их решений:

$$\begin{aligned} Q_A(\alpha_1) &= M_{11}(\alpha_1)Q_A(k) + M_{12}(\alpha_1)Q_{-A}(-k) + M_1(\alpha_1) \\ Q_{-A}(\alpha_1) &= M_{21}(\alpha_1)Q_A(k) + M_{22}(\alpha_1)Q_{-A}(-k) + M_2(\alpha_1) \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь функции $M_{mn}(\alpha_1)$ имеют интегральное представление и зависят только от известных заданных функций внешних воздействий.

Отсюда, полагая в первом соотношении $\alpha_1 = k$, а во втором, $\alpha_1 = -k$, получаем однозначно разрешимую систему двух алгебраических уравнений, приведенную к виду:

$$\begin{aligned} [1 - M_{11}(k)]Q_A(k) - M_{12}(k)Q_{-A}(-k) &= M_1(k) \\ -M_{21}(-k)Q_A(k) + [1 - M_{22}(-k)]Q_{-A}(-k) &= M_2(-k) \end{aligned}$$

Из нее находятся оба функционала $Q_A(k)$ и $Q_{-A}(-k)$, представимые в форме:

$$\begin{aligned} Q_A(k) &= \Delta^{-1} \langle [1 - M_{22}(-k)]M_1(k) + M_{12}(k)M_2(-k) \rangle \\ Q_{-A}(-k) &= \Delta^{-1} \langle [1 - M_{11}(k)]M_2(-k) + M_{21}(-k)M_1(k) \rangle \\ \Delta &= [1 - M_{11}(k)][1 - M_{22}(-k)] - M_{12}(k)M_{21}(-k) \end{aligned}$$

После внесения их значений в правые части соотношений (6), получим представления (6) преобразований Фурье контактных напряжений $Q_A(\alpha_1)$, $Q_{-A}(\alpha_1)$ в форме, свободной от функционалов.

Вспоминая формулу (2), значения двумерных контактных напряжений окончательно можно представить в виде:

$$\begin{aligned} q_A(x_1, x_2) &= \frac{1}{4\pi^2} \int \int Q_A(\alpha_1, \alpha_2) e^{-i(x_1\alpha_1 + x_2\alpha_2)} d\alpha_1 d\alpha_2, \\ q_{-A}(x_1, x_2) &= \frac{1}{4\pi^2} \int \int Q_{-A}(\alpha_1, \alpha_2) e^{-i(x_1\alpha_1 + x_2\alpha_2)} d\alpha_1 d\alpha_2 \end{aligned} \quad (7)$$

В соответствии с разработанной в [Бабешко и др., 2021] теорией, построенные формулы для контактных напряжений могут использоваться для исследования описанных контактных задач с моделями литосферных плит, представленными материалами более сложных реологий, термоупругими, электроупругими и другой сложности [Заалишвили и др., 2017]. Возникающие при решении соответствующих функциональных и интегральных уравнений функционалы будут определяться по изложенной в настоящей статье схеме.

Результаты работы и их обсуждение

Как отмечено выше, модель стартовых землетрясений выявляет математически строго событие, когда литосферные плиты полностью сблизилась. В этом случае в зоне сближения возникает бесконечная концентрация напряжений, описываемая

сингулярностью x^{-1} [Babeshko et al., 2018]. Разумеется, в реальности, такая концентрация напряжений не достижима, так как разрушение среды произойдет раньше. Именно сближение берегов разлома, замеченное В.И. Уломовым, позволило точно предсказать землетрясение [Уломов и др., 2002]. Настоящее исследование является шагом к учету, как способности деформироваться литосферных плит разной реологии, так и оценке концентрации контактных напряжений под литосферными плитами при наличии различной дистанции между их торцами. В работе исследована ответственная задача о применимости к решению этой проблемы универсального метода моделирования [Бабешко и др., 2021] что доказывается возможностью определения всех параметров, функционалов, в этой модели.

Выводы

Если в более ранней статье рассмотрены случаи отдельных деформируемых штампов, то в настоящей работе изучается применение разработки к конкретной задаче сейсмологии, где совместно рассматриваются два деформируемых штампа. Можно пытаться решать смешанную граничную задачу с литосферными плитами из материалов сложной реологии, однако в таком случае решение будет крайне громоздким со множеством функционалов и требованием факторизации матрицы-функции. Переход к описанному в настоящей статье подходу, делает эту задачу гораздо более простой и разрешимой [Бабешко и др., 2021].

Литература

1. Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М. Фрактальные свойства блочных элементов и новый универсальный метод моделирования. // ДАН. – 2021. – Т. 499. – С. 21–26. DOI: 9.31857/S2686740021040039
2. Ворович И.И., Бабешко В.А. Динамические смешанные задачи теории упругости для неклассических областей. – М.: Наука, 1979. – 320 с.
3. Галин Л.А. Контактные задачи теории упругости и вязкоупругости. – М.: Наука, 1980. – 303 с.
4. Гамбурцев Г.А. Перспективный план исследований по проблеме «Изыскание и развитие прогноза землетрясений». // Развитие идей Г.А. Гамбурцева в геофизике. – М.: Наука, 1982. – С. 304–311.
5. Добровольский А.Д. Математическая теория подготовки и прогноза тектонического землетрясения. – М.: Физматлит, 2009. – 240 с.
6. Заалишвили В.Б., Мельков Д.А., Габараев А.Ф., Мерзликин Т.И. Нелинейные колебания грунтовой толщи по инструментальным и численным данным. // Геология и геофизика Юга России. – 2021. – Т. 11. №4. – С. 70–82. DOI: 10.46698/VNC.2021.77.59.006
7. Заалишвили В.Б., Магкоев Т.Т., Чернов Ю.К., Туаев Г.Э. Влияние механического воздействия и криогенных условий на физико-химические характеристики горных пород. // Геология и геофизика Юга России. – 2017. – №1. – С. 17–23.
8. Канторович Л.В., Молчан Г.М., Кейлис-Борок В.И., Вилькович Е.В. Статистическая модель сейсмичности и оценка основных сейсмических эффектов. // Физика Земли. – 1970. – №5. – С. 85–102.
9. Садовский М.А., Болховитинов Л.Г., Писаренко В.Ф. Деформирование геофизической среды и сейсмический процесс. – М.: Наука, 1987. – 104 с.
10. Уломов В.И., Полякова Т.А., Медведева Н.В. О долгосрочном прогнозе сильных землетрясений в Центральной Азии и Черноморско-Каспийском регионе. // Известия РАН, Физика Земли. – 2002. – №4. – С. 31–47.

11. Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M. On the possibility of predicting some types of earthquake by a mechanical approach. // *Acta Mechanica*. – 2018. – Vol. 229(5). – pp. 2163-2175 DOI: 10.1007/s00707-017-2092-0
12. Blanpied M.L., Lockner D.A., Byerlee J.D. Fault stability inferred from granite silding experiments at hydrothermal conditions. // *Geophysical Research Letters*. – 1991. – Vol. 18(4). – pp. 609-617.
13. Bouchon M., Durand D., Marsan H., Karabulut H., Schmittbuhl J. The long precursory phase of most large interplanet earthquakes. // *Nature Geoscience*. – 2013. – Vol. 6. – pp. 299-302. DOI: 10.1038/NGEO1770.
14. Chernov Yu.K., Zaalishvili V.B., Chernov A.Yu. Strong ground motion simulation for forecasting the probable seismic impacts in the territory of the Republic of North Ossetia-Alania. // *Izvestiya. Physics of the Solid Earth*. – 2020. – Vol. 56. No.5. – pp. 644–655. DOI: 10.1134/S1069351320050018.
15. Di Toro G., Han R., Hirose T. et al. Fault lubrication during earthquakes. // *Nature*. – 2011. – Vol. 471. – pp. 494–498. DOI: 10.1038/nature09838
16. Freed A.M. Earthquake triggering by static, dynamic and postseismic stress transfer. // *Annual Review Earth Planet Science*. – 2005. – Vol. 33. – pp. 335-367.
17. Gutenberg B., Richter C. Seismicity of the Earth and associated phenomena. // Princeton Univ. Press. – 1954. – 310 p.
18. Ide S., Berosa G.S. Does apparent stress vary earthquake? // *Geophysical Research Letters*. – 2001. – Vol. 28(17). – pp. 3349-3352.
19. Mitchell E., Fialko Y., Brown K. Temperature dependence of frictional healing of west-erly granite: Experimental observations and numerical Simulations. // *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*. – 2013. – Vol. 14. – pp. 567-582.
20. Mitchell E., Fialko Y., Brown K. Frictional properties of gabbro at conditions correspond-ing to slow slip events in subduction zones. // *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*. – 2015. – Vol. 16. – pp. 4006-4020.
21. Passelegue F.X., Goldsby D.L. The influence of ambient tempereche on flash-heating phenomena. // *Geophysical Research Letters*. – 2014. – Vol. 41. – pp. 828-835.
22. Reid N.F. The Mechanism of the Earthquake. The California Earthquake of April 18, 1906. // *Rep. of the State Investigation Commiss.* – 1910. – Vol. 2. Pt. 1. – 56 p.
23. Rice J. Mechanics of earthquake focus. Moscow, Mir Publ., 1982. – 217 p.
24. Zavyalov A.D. Algorithm “map of expected earthquakes” (MEE) results of three decades of tesring and latests. // *Ecological Bulletin of Research Centers of the Black Sea Economic Co-operation*. – 2016. – Vol. 2. No.1. – pp. 80–88.

References

1. Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M. Fractal properties of block ele-ments and a New Universal Modeling Method. *DAN*. 2021. Vol. 499. pp. 21–26. DOI: 9.31857/S2686740021040039. (In Russ.)
2. Vorovich I.I., Babeshko V.A. Dynamic mixed problems of elasticity theory for non-classi-cal regions. Moscow. Nauka. 1979. 320 p. (In Russ.)
3. Galin L.A. Contact problems of the theory of elasticity and viscoelasticity. Moscow. Nau-ka. 1980. 303 p. (In Russ.)
4. Gamburtsev G.A. Perspective plan of research on the problem “Research and develop-ment of earthquake prediction”. Development of G.A. Gamburtsev ideas in geophysics. Mocow. Nauka. 1982. pp. 304–311. (In Russ.)
5. Dobrovolsky A.D. Mathematical theory of preparation and forecast of tectonic earthquake. Moscow. Fizmatlit. 2009. 240 p. (In Russ.)
6. Zaalishvili V.B., Mel’kov D.A., Gabaraev A.F., Merzlikin T.I. Nonlinear Oscillations of the Soil Thickness Based on Instrumental and Numerical Data. *Geology and geophysics of the South of Russia*. 2021. Vol. 11. No. 4. pp. 70–82. DOI: 10.46698/VNC.2021.77.59.006.

7. Zaalishvili V.B., Magkoev T.T., Chernov Yu.K., Tuaeov G.E. Influence of mechanical action and cryogenic conditions on the physical and chemical characteristics of rocks. *Geology and geophysics of the South of Russia*. 2017. No. 1. pp. 17–23.
8. Kantorovich L.V., Molchan G.M., Keilis-Borok V.I., Vilkovich E.V. Statistical model of seismicity and evaluation of the main seismic effects. *Izvestiya. Physics of the Solid Earth*. 1970. No. 5. pp. 85–102. (In Russ.)
9. Sadovsky M.A., Bolkhovitinov L.G., Pisarenko V.F. Deformation of the geophysical environment and the seismic process. Moscow. Nauka. 1987. 104 p. (In Russ.)
10. Ulomov V.I., Polyakova T.A., Medvedeva N.V. On the long-term forecast of strong earthquakes in Central Asia and the Black Sea-Caspian region. *Bulletin of the Russian Academy of Sciences, Physics of the Earth*. 2002. No. 4. pp. 31–47. (In Russ.)
11. Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M. On the possibility of predicting some types of earthquake by a mechanical approach. *Acta Mechanica*. 2018. Vol. 229. Issue 5. pp. 2163–2175. DOI: 10.1007/s00707-017-2092-0.
12. Blanpied M.L., Lockner D.A., Byerlee J.D. Fault stability inferred from granite silding experiments at hydrothermal conditions. *Geophysical Research Letters*. 1991. Vol. 18. Issue 4. pp. 609–617.
13. Bouchon M., Durand D, Marsan H., Karabulut H., Schmittbuhl J. The long precursory phase of most lalge interplanet earthquakes. *Nature Geoscience*. 2013. Vol. 6. pp. 299–302. DOI: 10.1038/NCEO1770.
14. Chernov Yu.K., Zaalishvili V.B., Chernov A.Yu. Strong ground motion simulation for forecasting the probable seismic impacts in the territory of the Republic of North Ossetia–Alania. *Izvestiya. Physics of the Solid Earth*. 2020, Vol. 56, No. 5. pp. 644–655. DOI: 10.1134/S1069351320050018.
15. Di Toro G., Han R., Hirose T. et al. Fault lubrication during earthquakes. *Nature*. 2011. Vol. 471, pp. 494–498 DOI: 10.1038/nature09838
16. Freed A.M. Earthquake triggering by static, dynamic and postseismic stress transfer. *Annual Revue Earth Planet Sciense*. 2005. Vol. 33. pp. 335–367.
17. Gutenberg B., Richter C. Seismicity of the Earth and associated phenomena. Princeton Univ. Press. 1954. 310 p.
18. Ide S., Berosa G.S. Does apparent stress vary earthquake? *Geophysical Research Letters*. 2001. Vol. 28. Issue 17. pp. 3349–3352.
19. Mitchell E., Fialko Y., Brown K. Temperature dependence of frictional healing of west-erly granite: Experimental observations and numerical Simulations. *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*. 2013. Vol. 14. pp. 567–582.
20. Mitchell E., Fialko Y., Brown K. Frictional properties of gabbro at conditions correspond-ing to slow slip events in subduction zones. *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*. 2015. Vol. 16. pp. 4006–4020.
21. Passelegue F.X., Goldsby D.L. The influence of ambient tempereche on flash-heating phenomena. *Geophysical Research Letters*. 2014. Vol. 41. pp. 828–835.
22. Reid N.F. The Mechanism of the Earthquake. The California Earthquake of April 18, 1906. Reports of the State Investigation Commiss. 1910. Vol. 2. Pt. 1. 56 p.
23. Rice J. Mechanics of earthquake focus. Moscow, Mir Publ., 1982. 217 p.
24. Zavyalov A.D. Algorithm “map of expected earthquakes” (MEE) results of three decades of tesring and latests. *Ecological Bulletin of Research Centers of the Black Sea Economic Co-operation*. 2016. Vol. 2. No.1. pp. 80–88.