

УДК 550.831.017

DOI: [10.23671/VNC.2020.1.59065](https://doi.org/10.23671/VNC.2020.1.59065)

Оригинальная статья

Методы гравитационной томографии на основе F-аппроксимации

И. А. Керимов

Институт физики Земли им. О. Ю. Шмидта Российской академии наук, Б. Грузинская, 10,
г. Москва 123242, Российская Федерация, e-mail: kerimov@ifz.ru

Статья поступила: 12.02.2020, после рецензирования: 06.03.2020, принята к публикации: 20.03.2020

Резюме: Актуальность работы. В настоящее время одним из актуальных направлений теории и практики интерпретации потенциальных полей является разработка методов, направленных на изучение пространственного распределения плотностей по результатам обработки и интерпретации данных гравиразведки в заданном объеме геологической среды при минимуме априорной информации об источниках поля в заданном объеме при минимуме априорной информации об источниках поля. **Цель работы** – разработка методов гравитационной томографии на основе аппроксимационного подхода к спектральному анализу в гравиметрии, получившего название метода F-аппроксимации. **Методы исследования.** Разработка алгоритмов и компьютерных технологий спектрального анализа на основе аппроксимационного подхода в рамках метода линейных интегральных представлений В.Н. Страхова, способов решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) большой размерности с использованием теории решения некорректных задач. **Результаты работы.** Рассмотрены вопросы разработки методов гравитационной томографии на основе F-аппроксимации аномального поля силы тяжести, который характеризуется полной адекватностью реальной геофизической практике и позволяющий избавиться от различных идеализаций (идеализация плоского поля; идеализация границы раздела земля-воздух как бесконечной горизонтальной плоскости; идеализация непрерывного задания того или иного элемента поля на бесконечной горизонтальной плоскости или куске этой плоскости; идеализация задания того или иного элемента поля в узлах правильной геометрической сети и др.). Предложены три модификации гравитационной томографии на основе F-аппроксимации. Первая модификация основана на изучении пространственного распределения элементов гравитационного поля. В рамках данной модификации на основе F-аппроксимации выполняется изучение распределения различных производных аномального гравитационного поля в нижнем и верхнем полупространствах. Вторая модификация заключается в разделении аномального гравитационного поля на составляющие, обусловленные источниками, залегающими в пределах существенно различающихся по глубине m структурных этажей. В статье рассмотрен вариант разделения аномального поля для случая двух структурных этажей. Для данного варианта разработаны алгоритм и компьютерные технологии, метод апробирован на модельных и реальных геолого-гравиметрических материалах. Третья модификация заключается в нахождении пространственного распределения функции Страхова, являющейся обобщением функции Березкина. Разработан алгоритм и компьютерные технологии расчетов пространственного распределения данного показателя и получения пространственного куба данных.

Ключевые слова: гравитационная томография; F-аппроксимация; источники поля; разделение полей; геологическая среда.

Для цитирования: Керимов И. А. Методы гравитационной томографии на основе F-аппроксимации. *Геология и геофизика Юга России*, 2020. 10 (1): 55-67. № DOI: 10.23671/VNC.2020.1.59065

GEOPHYSICS

DOI: [10.23671/VNC.2020.1.59065](https://doi.org/10.23671/VNC.2020.1.59065)

Original paper

Methods of gravitational tomography based on F-approximation

I. A. Kerimov

Schmidt Institute of Physics of the Earth, Russian Academy of Sciences, 10/1 Bolshaya
Gruzinskaya Str., Moscow 123242, Russian Federation, e-mail: kerimov@ifz.ru

Received: 12.02.2020, revised: 06.03.2020, accepted: 20.03.2020

Abstract: Relevance. Currently, one of the significant directions of the theory and practice for interpreting potential fields is the development of methods aimed at studying the spatial distribution of densities from the results of processing and interpretation of gravitation prospecting data in a given volume of a geological environment with a minimum of a priori information about field sources of a given volume with a minimum a priori information about the sources of the field. **The aim of the work** is to develop methods of gravitational tomography based on the approximation approach to spectral analysis in gravimetry, which is called the F-approximation method. **Methods.** Development of spectral analysis algorithms and computer technologies, based on the approximation approach in the framework of the method of linear integral representations that was offered by B. N. Strakhov. Methods for solving systems of linear algebraic equations (SLAE) of large dimension using the solution theory of ill-posed problems. **Results.** Issues of the development of gravity tomography methods based on the F-approximation of the anomalous gravity field, which is characterized by complete adequacy of real geophysical practice and allowing to get rid of various idealizations (idealization of a flat field; idealization of the earth-air interface as an infinite horizontal plane; idealization of a continuous setting of a particular field element on an infinite horizontal plane or a piece of this plane; idealization of the setting another field element at the nodes of a regular geometric network, etc.) Three modifications of gravitational tomography based on the F-approximation are proposed. The first modification is based on the study of the spatial distribution of the elements of the gravitational field. In the framework of this modification, based on the F-approximation, we study the distribution of various derivatives of the anomalous gravitational field in the lower and upper half-spaces. The second modification consists in dividing the anomalous gravitational field into components due to sources lying within structural floors that differ significantly in m depth. The article considers the option of separating the anomalous field for the case of two structural floors. For this option, an algorithm and computer technologies have been developed, the method has been tested on model and real geological and gravimetric materials. The third modification is to find the spatial distribution of the Strakhov function, which is a generalization of the Berezkin function. An algorithm and computer technology for calculating the spatial distribution of this indicator and obtaining a spatial cube of data have been developed.

Keywords: gravitational tomography; F-approximation; field sources; field separation; geological environment.

For citation: Kerimov I. A. Methods of gravitational tomography based on F-approximation. *Geology and Geophysics of the South of Russia*, 2020.10 (10): 55-67. DOI: 10.23671/VNC.2020.1.59065

В последние годы активно развивается новое направление в теории и практике интерпретации потенциальных полей, связанное с попытками изучения в некоторых частных случаях вертикального распределения плотности по данным гравиразведки [Бабаянц и др., 2004, 2006а, 2006б; Блох, 2004; Булах, Левашов, 1987; Бычков, 2005; Ващилов, 1995; Вдовина, 2010; Долгаль и др., 2006; Мартышко и др., 2002; Новоселицкий, 1965; Новоселицкий, Простолупов, 1999; Новоселицкий и

др., 2001, 2008; Петрищевский, 2009; Страхов, Керимов, 2001; Страхов и др., 2009; Тараканов, 1997; Shirzaii, Ardalani, 2005; Basuyau, Tiberi, 2011; Berkel, Michel, 2010; Hsieh, Yen, 2016; Jacob et al., 2018; Liu et al., 2014; Sampietro, Carponi, 2019; Singh, 2020]. Это направление получило название «гравитационной томографии». Методы гравитационной томографии подразделяются на два типа: фильтрационный и аппроксимационный. В первом случае тем или иным способом выделяются «разноглубинные» составляющие из аномального гравитационного поля, во втором – строятся пространственные распределения плотностей $\sigma = \sigma(x, y, z)$, в определенном приближении отражающие основные элементы структурно-тектонического строения геологической среды [Долгаль, Шахримуллин, 2009].

Томография (от греческих слов *tomos* – часть, слой и *grapho* – пишу, черчу, рису) представляет собой способ исследования геологических структур, позволяющий получать их послойное отображение. В разведочной геофизике широко используется метод сейсмической томографии, позволяющий получать дополнительную геологическую информацию. Обзор существующих методов гравитационной томографии приведен в статье А. С. Долгала и А. Ф. Шархимуллина [Долгаль, Шахримуллин, 2009].

Одним из первых использованием методов гравитационной томографии было в работе Ю. Я. Ващилова [Ващилов, 1995], который представил результаты послойного изучения плотностной структуры земной коры и верхней мантии на глубинах 20, 30, 40 и 60 км. По мнению Ю. Я. Ващилова, «массовая интерпретация аномалий силы тяжести в классе трехмерных блоковых моделей источников возмущения позволяет получить величины относительных изменений плотности в горизонтальном направлении» [Ващилов, 1995]. Однако сама идея послойного изучения пространственного распределения геоплотностных неоднородностей при интерпретации гравитационного поля была выдвинута значительно раньше в работе В. М. Новоселицкого об определении плотности горизонтального слоя, в которой задача сводится к интегральному уравнению Фредгольма первого рода [Новоселицкий, 1965]. Впоследствии Е. Г. Булахом для этого предложено использование аппроксимационного подхода [Блох, 2004]. В гравиразведке с середины прошлого века широко известны глубинные характеристики трансформаций по И. Г. Клушину, рассчитанные для точечной массы и предназначенные для приближенной оценки интервалов глубин размещения источников. В 80-х гг. XX века Е. Г. Булах с соавторами разработан метод последовательного накопления и разрастания масс, позволяющий осуществлять построение геоплотностных разрезов и срезов изучаемого объема среды при минимуме априорной информации о возмущающих объектах, являющийся по сути «томографическим» методом [Булах, Левашов, 1987].

К методам фильтрационной томографии относится метод векторного сканирования, разработанный под руководством В. М. Новоселицкого и реализованный в компьютерной технологии VECTOR. Система VECTOR базируется на устойчивом вычислении векторов горизонтальных градиентов, их обработке, трансформациях и последующем интегрировании трансформант. Эффективность технологии VECTOR подтверждена многочисленными результатами ее практического использования при решении широкого круга геологических задач, в том числе при поисках и разведке месторождений углеводородов [Долгаль и др., 2009; Новоселицкий, Простолупов, 1999; Новоселицкий и др., 2001; Новоселицкий и др., 2008]. Примером аппроксимационной томографии является технология разделения источников

гравитационного поля по глубине, разработанная под руководством П. С. Мартышко [Мартышко и др., 2002]. В последние годы появляется все больше примеров успешного решения разнообразных геологических задач на основе гравитационной томографии. Особо стоит упомянуть о результатах, полученных ГНПП «Аэрогеофизика» при использовании пакета программ СИГМА-3D. В частности, говорится о том, что «применение интерпретационной томографии показало ее достаточно высокую эффективность в самых разнообразных геологических условиях: Московская синеклиза, Прикаспий, Полярный Урал, Западная Сибирь и т.д.» [Бабаянц, 2006а; Бабаянц и др., 2004].

Различные вопросы теории и практики гравитационной томографии опубликованы в работах П. С. Бабаянца, Ю. И. Блоха, Е. П. Вдовиной, А. С. Долгала, Ю. А. Тараканова и др. [Бабаянц и др., 2004, 2006а, 2006б; Блох, 2004; Булах, Левашов, 1987; Бычков, 2005; Вацилов, 1995; Вдовина, 2010; Долгаль и др., 2006; 1-10, 16-25 Мартышко и др., 2002; Новоселицкий, 1965; Новоселицкий, Простолупов, 1999; Новоселицкий и др., 2001, 2008; Петрищевский, 2009; Страхов, Керимов, 2001; Страхов и др., 2009; Тараканов, 1997; Shirzaii, Ardalan, 2005]].

Как было упомянуто выше в гравитационной томографии выделяются два подхода – фильтрационный и аппроксимационный. Гравитационная томография на основе аппроксимационного подхода имеет следующие преимущества:

- использование минимума априорной информации об источниках гравитационного поля;
- отсутствие трудоемких процедур построения начального приближения, использующихся в классических методах интерпретации;
- разделение интерпретируемого гравитационного поля на составляющие, обусловленные влиянием разноглубинных геологических слоев;
- использование вычислительных алгоритмов, допускающих обработку больших объемов исходной информации;
- возможность построения различных вариантов пространственных распределений геоплотностных неоднородностей в исследуемом объеме среды;
- возможность визуализации результативных интерпретационных построений в виде информационного куба.

Ниже рассматривается метод гравитационной томографии на основе аппроксимационного подхода к спектральному анализу в гравиметрии (метод F-аппроксимации). Метод F-аппроксимации разработан в рамках метода линейных интегральных представлений В. Н. Страхова, полностью адекватен реальной геофизической практике и позволяет избавиться от различных идеализаций (идеализация плоского поля; идеализация границы раздела земля-воздух как бесконечной горизонтальной плоскости; идеализация непрерывного задания того или иного элемента поля на бесконечной горизонтальной плоскости или куске этой плоскости; идеализация задания того или иного элемента поля в узлах правильной геометрической сети и др.). Данный метод апробирован на большом количестве модельных и реальных геолого-гравиметрических материалах и показал эффективность при решении различных интерпретационных задач [Керимов, 2003, 2009а, 2009б; Страхов В. Н., Керимов, 2001; Страхов и др., 2009]:

- F-аппроксимация является информационным базисом гравиметрии и магнитометрии. Восстановление значений потенциальных полей в узлах регулярной сети с учетом разновысотности исходных и результативных точек (3D интерполяция).

• Исключение искажающего влияния аномального вертикального градиента при пересчете наблюдаемого поля на горизонтальную плоскость или любую заданную поверхность.

• Фильтрация помех, нарушающих гармонический характер наблюдаемого потенциального поля.

Как известно задача построения F – аппроксимационной конструкции аномального гравитационного поля вариационной постановкой сводится к решению СЛАУ:

$$Az\lambda = f_{\delta}, \quad (1)$$

в которой:

λ – N -вектор с компонентами λ_i (множители Лагранжа),

f_{δ} – N -вектор с компонентами $f_{i,\delta}$,

A – $(N \times N)$ – матрица со свойством

$$A = A^T \geq 0 \quad (2)$$

и элементами a_{pq} , $1 \leq p, q \leq N$.

Формула для вычисления элементов матрицы A выглядит в следующем виде:

$$a_{p,q} = \frac{3(2z_{p,q}^3 - 3\rho_{p,q}^2 z_{p,q})}{2\pi(z_{p,q}^2 + \rho_{p,q}^2)^{3.5}}, \quad (3)$$

где

$$z_{p,q} = x_3^{(p)} + x_3^{(q)} + 2H,$$

$$\rho_{p,q} = \sqrt{(x_1^{(p)} - x_1^{(q)})^2 + (x_2^{(p)} - x_2^{(q)})^2}.$$

На основе решения СЛАУ находятся множители Лагранжа (компонента λ_i), используя которые можно восстановить поле, как в исходных пунктах, так и в любых заданных точках. Это позволяет редуцировать поле, заданное на нерегулярной и разновысотной сети на горизонтальную плоскость, а также выполнить пересчет элементов гравитационного поля в верхнее и нижнее полупространство.

1. Изучение пространственного распределения элементов гравитационного поля

Выражение для первой, второй и третьей вертикальной производной гравитационного потенциала имеют следующий вид:

$$V_z(\xi_{1,l}, \xi_{2,l}, \xi_{3,l}) = \frac{3}{2\pi} \sum_{k=1}^N \lambda_k \frac{(2z_{k,l}^2 - 3\rho_{k,l}^2) \cdot z}{(z_{k,l}^2 + \rho_{k,l}^2)^{7/2}} \quad (4)$$

$$V_{zz}(\xi_1, \xi_2, \xi_3) = \frac{15}{\pi} \sum_{k=1}^N \lambda_k \frac{8z_{k,l}^4 - 24\rho_{k,l}^2 z_{k,l}^2 + 3\rho_{k,l}^4}{(z_{k,l}^2 + \rho_{k,l}^2)^{4.5}} \quad (5)$$

$$V_{zzz}(\xi_{1,l}, \xi_{2,l}, h) = \frac{75}{\pi} \sum_{k=1}^N \lambda_k \frac{z_{k,l}(8(z_{k,l} + h)^4 - 40\rho_{k,l}^2(z_{k,l} + h)^2 + 15\rho_{k,l}^4)}{((z_{k,l} + h)^2 + \rho_{k,l}^2)^{5.5}}. \quad (6)$$

Приведенные выше формулы (4-6) могут быть использованы для пересчета поля силы тяжести и его производных на заданный уровень h как на нерегулярной, так и на регулярной сети. Метод нахождения трансформант аномального гравитацион-

ного поля на основе F -аппроксимации апробирован на широком классе модельных и фактических гравиметрических данных, показал высокую эффективность и точность решения такого класса задач [Керимов, 2003, 2009а, 2009б; Страхов В. Н., Керимов, 2001; Страхов и др., 2009]. Для изучения пространственного распределения элементов гравитационного поля в двухмерном варианте строятся серии графиков W_z , W_{zz} и W_{zzz} для различных высот h_i , а также разностные графики:

$$\Delta W_z = W_z(h_i) - W_z(h_{i-1}) \quad (7)$$

$$\Delta W_{zz} = W_{zz}(h_i) - W_{zz}(h_{i-1}) \quad (8)$$

$$\Delta W_{zzz} = W_{zzz}(h_i) - W_{zzz}(h_{i-1}) \quad (9)$$

В 3D варианте соответственно строятся кубы указанных выше элементов гравитационного поля. Полученные данные используются как для качественной и количественной геологической интерпретации. Данный метод имеет ограничение в части пересчета элементов гравитационного поля в нижнее полупространство.

2. Разделение гравитационных аномалий на основе F -аппроксимации

Метод F -аппроксимаций элементов внешнего аномального гравитационного поля может быть применен для решения проблемы разделения полей, а именно – полей источников, залегающих в пределах существенно различающихся по глубине m структурных этажей. Рассмотрим вопрос разделения гравитационных аномалий на основе F -аппроксимации для случая $m=2$, т.е. когда предполагается, что априорно известна «двухэтажность» в расположении источников аномальных полей, т.е. существование двух таких плоскостей $\xi_3 = \text{const}$:

$$\xi_3 = -H_1, \quad \xi_3 = -H_2, \quad H_1 < H_2, \quad (10)$$

что носитель источников аномального поля T может быть представлен в следующем виде:

$$T = T_1 \cup T_2, \quad (11)$$

где

$$T_1 \subset D, \quad D \subset \Pi_1 = \{\xi; -H_2 < \xi_3 < -H_1\}, \quad T_2 \subset \Pi_2 = \{\xi; \xi_3 < -H_2\}. \quad (12)$$

Иначе говоря, определенная часть источников аномального поля принадлежит горизонтальному слою, ограниченному плоскостями $\xi_3 = -H_1$ (сверху) и $\xi_3 = -H_2$ (снизу), а остальные источники располагаются в полупространстве, ограниченном сверху поверхностью $\xi_3 = -H_2$. В этой ситуации разделение полей источников в T_1 и T_2 выполняется с использованием суммы интегральных представлений:

$$V(x) = V^{(1)}(x) + V^{(2)}(x) \quad (13)$$

при этом для каждой $V^{(1)}(x)$ и $V^{(2)}(x)$ выписывается свое представление соответствующим интегралом Фурье. N -векторы с компонентами $\lambda_i^{(1)}$ и $\lambda_i^{(2)}$, $1 \leq i \leq N$, находятся из решения соответствующих 2-х СЛАУ:

$$A_1 \lambda^{(1)} = f_\delta, \quad A_2 \lambda^{(2)} = f_\delta, \quad (14)$$

где матрицы $A_1 = A_1^T \geq 0$ и $A_2 = A_2^T \geq 0$ имеют элементы, описываемые форму-

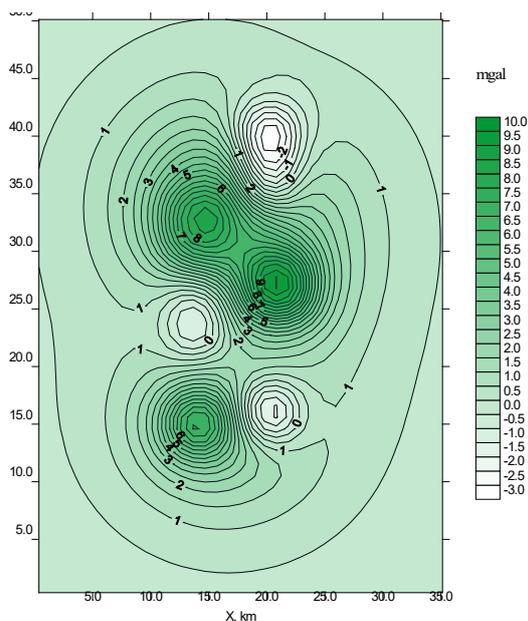


Рис.1. Модельное гравитационное поле
Fig. 1 Model gravitational field

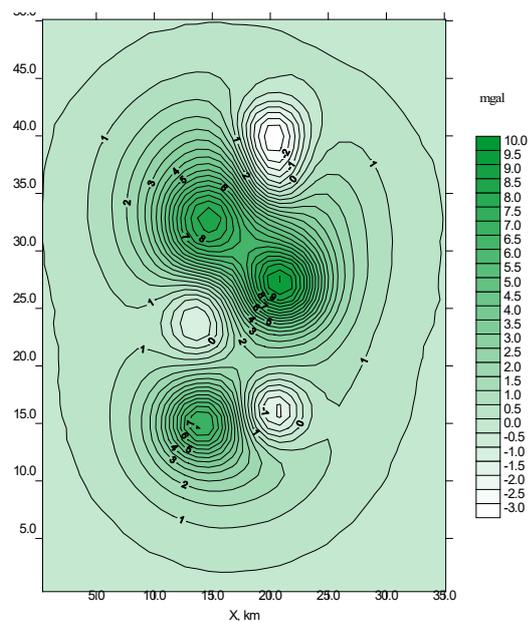


Рис.2. Гравитационное поле
по результатам F-аппроксимации
Fig. 2. Gravitational field according to the results
of F-approximation

лой (3). На заключительном этапе вычисляются компоненты поля от каждого слоя. Данная методика апробирована на модельных и реальных геолого-гравиметрических материалах.

Методика разделения аномальных полей на основе F-аппроксимации была апробирована на следующем модельном примере. Размер площади 35 км×50 км. Общее количество расчетных гравиметрических пунктов составляет 6000, сеть нерегулярная. Схема размещения сети и рельеф земной поверхности на данном участке аналогичны предыдущему модельному участку. Для данного участка было также рассчитано модельное гравитационное поле, обусловленное 8 призматическими телами. На данном участке модельные тела располагаются на двух ярусах, в интервалах глубин 1.5-2.5 км и 5.0-8.0 км. Модельное поле имеет достаточно сложный характер и представлено на рис. 1.

Для данного модельного участка ранее была выполнена F-аппроксимация с использованием представления вида (10-14) при $H_1=1.5$ км и $H_2=4.5$ км. Результаты аппроксимации были использованы для аналитического продолжения в верхнее и нижнее полупространства и нахождения горизонтальных и вертикальных производных различного порядка. С целью разделения гравитационных аномалий, обусловленных телами, расположенными в различных структурных этажах для этого модельного участка была построена F-аппроксимация. На рис. 2 приведена карта гравитационного поля по результатам F-аппроксимации.

Среднеквадратическая ошибка аппроксимации составляет в данном случае 0.013 мГал. Достаточно высокая точность аппроксимации подтверждается также анализом разностного гравитационного поля для данного участка. На рис. 3-4 приведены карты расчетного гравитационного поля и аномального гравитационного поля, полученного с использованием описанной выше методики разделения полей, соответственно для первого структурного этажа (интервал глубин 1.5-4.5 км).

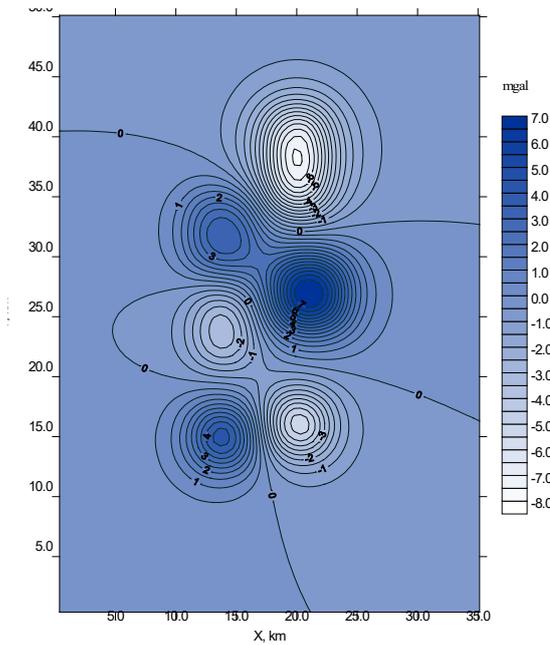


Рис. 3. Модельное гравитационное поле (интервал глубин 1.5-4.5 км)
 Fig. 3. Model gravitational field (depth interval 1.5-4.5 km)

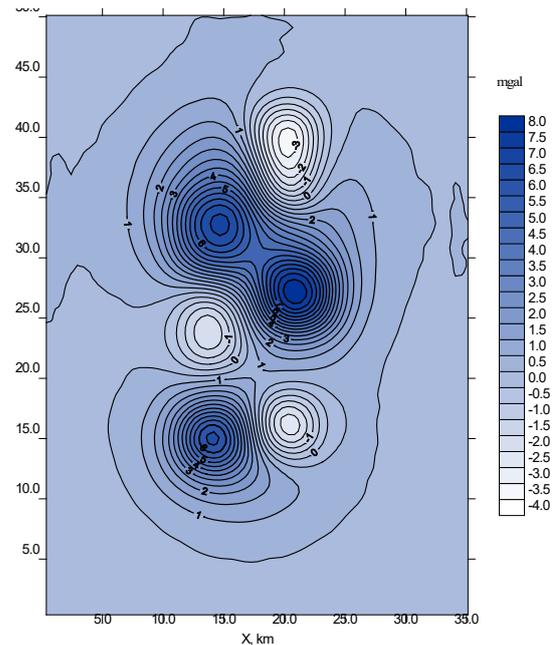


Рис. 4. Гравитационное поле по результатам F-аппроксимации (интервал глубин 1.5-4.5 км)
 Fig. 4. The gravitational field according to the results of the F-approximation (depth interval 1.5-4.5 km)

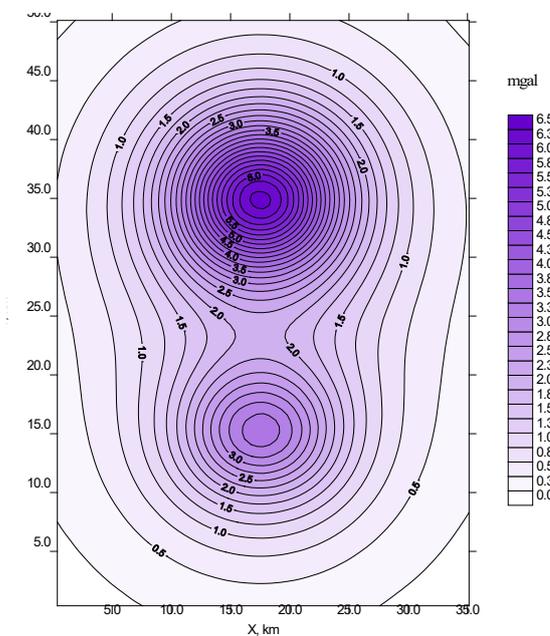


Рис. 5. Модельное гравитационное поле (глубины >4.5 км)
 Fig. 5. Model gravitational field (depths > 4.5 km)

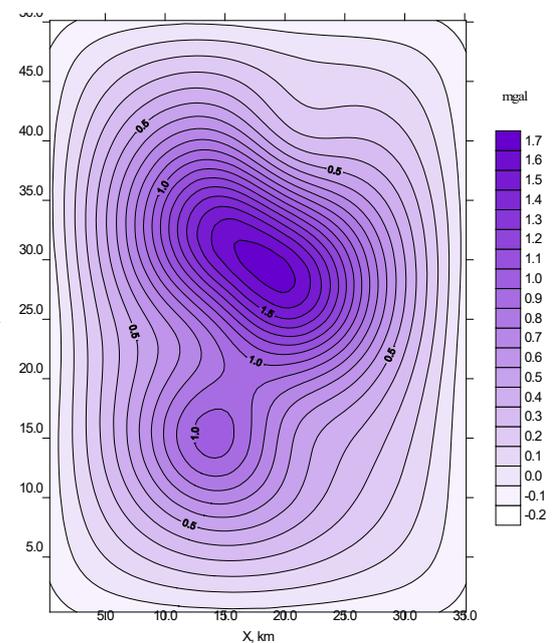


Рис. 6. Гравитационное поле по результатам F-аппроксимации (глубины >4.5 км)
 Fig. 6. Gravity field according to the results of the F-approximation (depths > 4.5 km)

На рис. 5-6 приведены карты расчетного гравитационного поля и аномального гравитационного поля, полученного с использованием описанной выше методики разделения полей, соответственно для второго структурного этажа (глубины >4.5 км). Анализ этих карт показывает в целом на эффективность данного подхода при разделении полей.

3. Нахождение пространственного распределения функции Страхова

Предлагается для решения задач гравитационной вычислять следующую функцию, которая является обобщением функции Березкина. Данную функцию предлагается именовать функцией Страхова:

$$S(x, y, z) = \frac{\|M_2\|_E^2(x, y, z)}{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \|M_2\|_E^2(x, y, z) dx, dy} \quad (15)$$

где

$$M_2 = \begin{vmatrix} V_{xx} & V_{xy} & V_{xz} \\ V_{xy} & V_{yy} & V_{yz} \\ V_{xz} & V_{yz} & V_{zz} \end{vmatrix} \quad (16)$$

$$\|M_2\|_E^2 = V_{xx}^2 + V_{yy}^2 + V_{zz}^2 + 2(V_{xy}^2 + V_{xz}^2 + V_{yz}^2) \quad (17)$$

Метод вычисления функции Страхова позволяет избежать ограничений пересчета в нижнее полупространство. По данной методике разработан алгоритм и компьютерная программа. В настоящее время выполняются тестовые расчеты на модельных и реальных гравиметрических примерах.

Выводы

Результаты апробирования алгоритмов и программ аппроксимационного подхода к спектральному анализу гравитационных и магнитных аномалий на модельных и фактических гравиметрических и магнитометрических данных позволяют сделать следующие выводы:

1. Результаты исследований подтверждают теоретические выводы об эффективности аппроксимационного подхода к спектральному анализу (F-аппроксимация) гравитационных.

2. Метод F-аппроксимации является высокоэффективными способами аналитической аппроксимации гравимагнитных полей и рельефа земной поверхности.

3. Алгоритмы и программы F-аппроксимации являются эффективным инструментом обработки и интерпретации гравиметрических и магнитометрических данных, заданных на неравномерной и разновысотной сети.

4. На основе метода F-аппроксимации разработаны три модификации гравитационной томографии: пересчет элементов гравитационного поля в верхнее и нижнее полупространства; разделение аномального гравитационного поля от разных структурных этажей; нахождение пространственного распределения функции Страхова.

5. Метод гравитационной томографии, основанный на изучении 3D распределения функции Страхова, рассчитанной на основе F-аппроксимации исходного гравитационного поля, является наиболее перспективным.

Литература

1. Бабаянц П. С., Блох Ю. И., Буш В. А., Трусов А. А. Интерпретация аэрогеофизических данных при поисках месторождений нефти и газа // Разведка и охрана недр, 2006а. № 5. С. 13-18.
2. Бабаянц П. С., Блох Ю. И., Трусов А. А. Интерпретационная томография по данным гравиразведки и магниторазведки в пакете программ «СИГМА-3D» // Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей. Материалы 31 сессии Междунар. семинара им. Д. Г. Успенского. М.: ОИФЗ РАН, 2004. С. 88-89.
3. Блох Ю. И. Проблема адекватности интерпретационных моделей в гравиразведке и магниторазведке // Геофизический вестник, 2004. №6. С.10-15.
4. Булах Е. Г., Левашов С. П. Построение геоплотностных моделей методом последовательного накопления и разрастания аномальных масс // Изучение литосферы геофизическими методами (электромагнитные методы, геотермия, комплексная интерпретация). Киев: Наукова думка, 1987. С.37-47.
5. Бычков С. Г. Современные технологии интерпретации гравиметрических данных при исследованиях на нефть и газ // Электронный научный журнал «Нефтегазовое дело». 2005. http://www.ogbus.ru/authors/Bychkov/Bychkov_1.pdf. – 22 с.
6. Вашилов Ю. А. Гравиметрическая томография – новое направление изучения твердой оболочки Земли // Доклады РАН, 1995. Т. 343. № 4. С. 532-536.
7. Вдовина Е. П. Томографический алгоритм решения прямой и обратной задачи гравиметрии с учетом плотностной неоднородности среды // Геоинформатика, 2010. №2. С.46-53.
8. Долгаль А. С., Калинин Д. Ф., Олешкевич О. И, Симонов О. Н. Применение компьютерных технологий интерпретации геопотенциальных полей при прогнозировании платино-медно-никелевого оруденения // Разведка и охрана недр, 2006. № 8. С. 57-65.
9. Долгаль А. С., Шархимуллин А. Ф. О гравитационной томографии и путях ее дальнейшего развития // Вестник Пермского университета. Геология, 2009. Вып. 11 (37). С.
10. П. С. Бабаянц, Ю. И. Блох, Е. И. Зубов и др. Интерпретация аэрогеофизических данных при поисках месторождений твердых полезных ископаемых // Разведка и охрана недр, 2006б. № 5. С. 18-27.
11. Керимов И. А. Использование F-аппроксимации при интерпретации гравиметрических данных. I. Методика и результаты опробования на модельных примерах // Физика Земли, 2003. №1. С.57-76.
12. Керимов И. А. Использование F-аппроксимации при интерпретации гравиметрических данных. II. Результаты опробования на материалах гравиметрических и магнитометрических съемок // Физика Земли, 2009. №.5. С. 77-93.
13. Керимов И. А. F-аппроксимации рельефа земной поверхности // Физика Земли, 2009. №.8. С. 101-112.
14. Мартышко П. С., Новоселицкий В. М., Пруткин И. Л. О разделении источников гравитационного поля по глубине // Электронный научно-информационный журнал «Вестник отделения наук о Земле РАН», 2002. № 1 (20). www.scgis.ru/russian/cp1251/h_dgggms/1-2002/scpub-7.htm#begin.
15. Новоселицкий В. М. К теории определения изменения плотности в горизонтальном пласте по аномалиям силы тяжести // Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли. 1965. № 5. С. 25-32.
16. Новоселицкий В. М., Долгаль А. С., Бычков С. Г. Новый алгоритмический базис технологии векторного сканирования геопотенциальных полей // Геофизические исследо-

вания Урала и сопредельных регионов. Материалы Международной конференции, посвященной 50-летию Института геофизики УрО РАН. Екатеринбург: ИГФ УрО РАН, 2008. С. 183-186.

17. Новоселицкий В. М., Простолупов Г. В. Векторная обработка гравиметрических наблюдений с целью обнаружения и локализации источников аномалий // Геофизика и математика. М.: ОИФЗ РАН, 1999. С.104-107.

18. Новоселицкий В. М., Бычков С. Г., Чадаев М. С. и др. Основные технологии векторной обработки и интерпретации гравитационных и магнитных полей // Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей. Материалы 28-сессии Международного семинара им. Д. Г. Успенского. М.: ОИФЗ РАН, 2001. С. 71-72.

19. Петрищевский А. М. Первые приближения к гравитационной томографии: принципиальные подходы, методика и геологические результаты // Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей. Материалы 30-сессии Международного семинара им. Д. Г. Успенского. Казань, КГУ, 2009. С. 255-258.

20. Страхов В. Н., Керимов И. А. Аппроксимационные конструкции спектрального анализа (F-аппроксимация) гравиметрических данных // Физика Земли, 2001. №12. С.3-20.

21. Страхов В. Н., Керимов И. А., Степанова И. Э. Разработка теории и компьютерной технологии построения линейных аналитических аппроксимаций гравитационных и магнитных полей. М.: ИФЗ РАН, 2009. 254 с.

22. Тараканов Ю. А. Гравитационная томография // Проблемы геотомографии. М., 1997. С. 236-254.

23. Basuyau, C., & Tiberi, C. Imaging lithospheric interfaces and 3D structures using receiver functions, gravity, and tomography in a common inversion scheme. *Computers & Geosciences*, 2011, 37 (9): 1381-1390. <https://doi.org/10.1016/j.cageo.2010.11.017>

24. Berkel, P., & Michel, V. On Mathematical Aspects of a Combined Inversion of Gravity and Normal Mode Variations by a Spline Method [Article]. *Mathematical Geosciences*, 2010. 42 (7): 795-816. <https://doi.org/10.1007/s11004-010-9297-2>

25. Hsieh, H. H., & Yen, H. Y. (2016, Jul). Three-dimensional density structures of Taiwan and tectonic implications based on the analysis of gravity data. *Journal of Asian Earth Sciences*, 2016. 124: 247-259. <https://doi.org/10.1016/j.jseaes.2016.05.009>

26. Jacob, T., Samyn, K., Bitri, A., Quesnel, F., Dewez, T., Pannet, P., & Meire, B. Mapping sand and clay-filled depressions on a coastal chalk cliff top using gravity and seismic tomography refraction for landslide hazard assessment, in Normandy, France. *Engineering Geology*, 2018. 246: 262-276. <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2018.10.007>

27. Liu, G. F., Yan, H. F., Meng, X. H., & Chen, Z. X. An extension of gravity probability tomography imaging [Article]. *Journal of Applied Geophysics*, 2014. 102: 62-67. <https://doi.org/10.1016/j.jappgeo.2013.12.012>

28. Sampietro, D., & Capponi, M. (2019, Aug). Practical Tips for 3D Regional Gravity Inversion. *Geosciences*, 2019. 9(8), 13, Article Unsp351. <https://doi.org/10.3390/geosciences9080351>

29. Shirzaii M., Ardalan A. Gravity tomography for determination of the location and extent of interior structures of the Earth via wavelet transforms; case study: gravity tomographic map of the oil reservoirs // *Geophysical Research Abstracts*. Vol. 7, 2005. 00678

30. Singh, A. Triangular Grid-Based Fuzzy Cross-Update Inversion of Gravity Data: Case Studies from Mineral Exploration [Article]. *Natural Resources Research*, 2020. 29 (1), 459-471. <https://doi.org/10.1007/s11053-019-09480-x>

References:

1. Babayants P.S., Blokh Yu.I., Bush V.A., Trusov A.A. Interpretation of airborne geophysical data when exploring oil and gas deposits. *Exploration and protection of mineral resources*, 2006a. No. 5. pp. 13-18. (In Russ.)

2. Babayants P. S., Blokh Yu. I., Trusov A. A. Interpretation tomography according to gravity and magnetic exploration data in the «SIGMA-ZD» software package. Issues of theory and practice of geological interpretation of gravitational, magnetic and electric fields. In: Proceedings of the 31st session of the International seminar named after D. G. Uspensky. Moscow. JIPE RAS, 2004. pp. 88-89. (In Russ.)
3. Blokh Yu. I. The problem of the adequacy of interpretation models in gravity and magnetic exploration. *Geophysical Bulletin*, 2004. No. 6. pp.10-15. (In Russ.)
4. Bulakh E. G., Levashov S. P. The construction of density models using the method of successive accumulation and growth of anomalous masses. Study of the lithosphere by geophysical methods (electromagnetic methods, geothermy, complex interpretation). Kiev, Naukova Dumka, 1987. pp.37-47. (In Russ.)
5. Bychkov S. G. Modern technologies for interpreting gravimetric data in oil and gas research. Electronic scientific journal «Petroleum Engineering». 2005. http://www.ogbus.ru/authors/Bychkov/Bychkov_1.pdf. 22 p. (In Russ.)
6. Vashchilov Yu. A. Gravimetric tomography – a new area of study of the Earth's hard shell. *Doklady RAS*, 1995. Vol. 343. No.4. pp. 532-536. (In Russ.)
7. Vdovina E. P. The tomographic algorithm for solving the direct and inverse problems of gravimetry taking into account the density inhomogeneity of the medium. *Geoinformatics*, 2010. No.2. pp.46-53. (In Russ.)
8. Dolgal' A. S., Kalinin D. F., Oleshkevich O. I., Simonov O. N. The use of computer technology for the interpretation of geopotential fields in the prediction of platinum-copper-nickel mineralization. *Exploration and mineral protection*, 2006. No.8. pp. 57-65. (In Russ.)
9. Dolgal' A. S., Sharkhimullin A. F. About gravitational tomography and the ways of its further development. *Bulletin of Perm University. Geologiya*, 2009. Issue 11 (37). (In Russ.)
10. P. S. Babayants, Yu. I. Blokh, E. I. Zubov et al. Interpretation of airborne geophysical data when searching for solid mineral deposits. *Exploration and Protection of Subsurface Resources*, 2006b. No. 5. pp. 18-27. (In Russ.)
11. Kerimov I. A. The use of F-approximation in the interpretation of gravimetric data. I. Methods and results of testing on model examples. *Physics of the Solid Earth*, 2003. No.1. pp.57-76. (In Russ.)
12. Kerimov I. A. Using F-approximation in the interpretation of gravimetric data. II. The results of testing on the materials of gravimetric and magnetometric surveys. *Physics of the Solid Earth*, 2009. No.5. pp. 77-93. (In Russ.)
13. Kerimov I. A. F-approximation of the relief of the earth's surface. *Physics of the Solid Earth*, 2009. No.8. pp. 101-112. (In Russ.)
14. Martyshko P. S., Novoselitskii V. M., Prutkin I. L. On the separation of gravity field sources by depth. *Scientific Information Journal «Bulletin of the Earth Sciences Division of the Russian Academy of Sciences»*, 2002. No. 1 (20). www.scgis.ru/russian/cp1251/h_dgggms/1-2002/scpub-7.htm#begin. (In Russ.)
15. Novoselitskii V. M. On the theory of determining changes in density in a horizontal layer by anomalies of gravity. *Izv. USSR Academy of Sciences. Ser. Physics of the Earth*. 1965. No.5. pp. 25-32. (In Russ.)
16. Novoselitskii V. M., Dolgal' A. S., Bychkov S. G. A new algorithmic basis for vector scanning technology of geopotential fields. Geophysical research of the Urals and adjacent regions. In: Proceedings of the International Conference dedicated to the 50th anniversary of the Institute of Geophysics, UB RAS. Ekaterinburg, IGF UB RAS, 2008. pp.183-186. (In Russ.)
17. Novoselitskii V. M., Prostolupov G. V. Vector processing of gravimetric observations in order to detect and localize sources of anomalies. *Geophysics and Mathematics*. Moscow. JIPE RAS, 1999. pp.104-107. (In Russ.)
18. Novoselitskii V. M., Bychkov S. G., Chadaev M. S. et al. Basic technologies of vector processing and interpretation of gravitational and magnetic fields. Issues of theory and practice of geological interpretation of gravitational, magnetic and electric fields. In: Proceedings of the 28th

session of the International seminar named after D. G. Uspensky. Moscow. JIPE RAS, 2001. pp. 71-72. (In Russ.)

19. Petrishchevskii A. M. The first approximations to gravitational tomography: fundamental approaches, methods and geological results. Issues of theory and practice of geological interpretation of gravitational, magnetic and electric fields. In: Proceedings of the 30th session of the International seminar named after D. G. Uspensky. Kazan, KSU, 2009. pp. 255-258. (In Russ.)

20. Strakhov V.N., Kerimov I.A. Approximate constructions of spectral analysis (F-approximation) of gravimetric data. Physics of the Solid Earth, 2001. No.12. pp.3-20. (In Russ.)

21. Strakhov V.N., Kerimov I.A., Stepanova I.E. Development of the theory and computer technology for constructing linear analytical approximations of gravitational and magnetic fields. Moscow. IPE RAS, 2009. 254 p. (In Russ.)

22. Tarakanov Yu.A. Gravitational tomography. Problems of geotomography. Moscow, 1997. pp. 236-254. (In Russ.)

23. Basuyau, C., & Tiberi, C. Imaging lithospheric interfaces and 3D structures using receiver functions, gravity, and tomography in a common inversion scheme. Computers & Geosciences, 2011, 37 (9): 1381-1390. <https://doi.org/10.1016/j.cageo.2010.11.017>

24. Berkel, P., & Michel, V. On Mathematical Aspects of a Combined Inversion of Gravity and Normal Mode Variations by a Spline Method [Article]. Mathematical Geosciences, 2010. 42 (7): 795-816. <https://doi.org/10.1007/s11004-010-9297-2>

25. Hsieh, H. H., & Yen, H. Y. (2016, Jul). Three-dimensional density structures of Taiwan and tectonic implications based on the analysis of gravity data. Journal of Asian Earth Sciences, 2016. 124: 247-259. <https://doi.org/10.1016/j.jseaes.2016.05.009>

26. Jacob, T., Samyn, K., Bitri, A., Quesnel, F., Dewez, T., Pannet, P., & Meire, B. Mapping sand and clay-filled depressions on a coastal chalk cliff top using gravity and seismic tomography refraction for landslide hazard assessment, in Normandy, France. Engineering Geology, 2018. 246: 262-276. <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2018.10.007>

27. Liu, G. F., Yan, H. F., Meng, X. H., & Chen, Z. X. An extension of gravity probability tomography imaging [Article]. Journal of Applied Geophysics, 2014. 102: 62-67. <https://doi.org/10.1016/j.jappgeo.2013.12.012>

28. Sampietro, D., & Capponi, M. (2019, Aug). Practical Tips for 3D Regional Gravity Inversion. Geosciences, 2019. 9 (8), 13, Article Unsp 351. <https://doi.org/10.3390/geosciences9080351>

29. Shirzaii M., Ardalan A. Gravity tomography for determination of the location and extent of interior structures of the Earth via wavelet transforms; case study: gravity tomographic map of the oil reservoirs // Geophysical Research Abstracts. Vol. 7, 2005. 00678

30. Singh, A. Triangular Grid-Based Fuzzy Cross-Update Inversion of Gravity Data: Case Studies from Mineral Exploration [Article]. Natural Resources Research, 2020. 29 (1), 459-471. <https://doi.org/10.1007/s11053-019-09480-x>