

УДК 551.4.013
DOI: 10.23671/VNC.2016.4.20902

ВЕРИФИКАЦИЯ МОДЕЛИ ОБВАЛОВ, ИСПОЛЬЗУЮЩЕЙ МЕТОД ДИСКРЕТНОГО ЭЛЕМЕНТА

© 2016 А.Г. Кусраев¹, д.ф.-м.н., проф., Д.Г. Минасян², к.т.н.,
Н.С. Орлова^{2,3}, к.т.н., Д.Г. Пантилеев⁴, Ш.С. Хубежты¹, д.ф.-м.н.

¹ ФГБУН ФНЦ Владикавказский научный центр Российской академии наук,
362027, Россия, г. Владикавказ, ул. Маркуса, 22,
e-mail: KAG@smath.ru;

² Южный математический институт – филиал ФГБУН ФНЦ «Владикавказский
научный центр Российской академии наук», 362027, Россия, г. Владикавказ, ул.
Маркуса, 22,
e-mail: davidmd@yandex.ru;

³ Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации, 362002,
Россия, г. Владикавказ, ул. Молодежная, 7,
e-mail: norlova.umi.vnc@gmail.com;

⁴ Республиканский Физико-Математический Лицей-Интернат, 362011, Россия, г.
Владикавказ, ул. Минина, 15,
e-mail: demphys@gmail.com

Исследовалось движение обвала по склону, сопряженному с горизонтальным участком. Теоретическое исследование осуществлялось с использованием модели на основе метода дискретных элементов. Для верификации модели был проведен эксперимент на лабораторной установке. Представлено сравнение дальности пробега обвальной массы в зависимости от крутизны склона в экспериментах и расчетах. Получено удовлетворительное совпадение результатов.

Ключевые слова: математическое моделирование, обвал, метод дискретных элементов, результаты экспериментов, LIGGGHTS, дальность пробега, крутизна склона.

Введение

Обвал — это обрушение как отдельных глыб и блоков, так и более крупных объемов твёрдых и относительно твёрдых горных пород из обнажений, расположенных на горном склоне или из крутой, почти отвесной верхней части склона, сопровождающееся их скатыванием, опрокидыванием и раскалыванием [Ломтадзе, 1977].

Важность изучения подобных явлений определяется целым рядом причин, среди которых опасность для жизнедеятельности человека на соответствующих территориях; распространённость, увеличивающаяся в связи с освоением горных и предгорных территорий; неожиданность их возникновения; участие в формировании и изменении рельефа местности и т.п.

Для исследования обвальных процессов применяются различные методы, среди которых важную роль играет математическое и компьютерное моделирование, в особенности для тех случаев, когда реальные наблюдения и создание эксперимен-

тальных моделей оказываются весьма затруднительными.

Основное влияние на скорость и характер движения обломков пород оказывает характер склона (как крутизна, так и свойства поверхности). В процессе движения по склону с примерно постоянным углом крутизны скорость движения обломков может значительно увеличиваться, причём этот рост будет зависеть от размеров и формы обломков, от характера склона и особенно от его крутизны. Более крупные или имеющие более округлую форму обломки движутся с большими скоростями и уносятся дальше от мест обрушения, чем обломки мелкие или неправильной формы [Алимбетова, 2015]. Большое влияние также оказывает взаимодействие и соударение друг с другом отдельных глыб в обваливающейся массе, что приводит к снижению скорости движения при массовых обвалах. Скорость движения одиночных обломков обычно больше, и они отлетают от места обрушения на большие расстояния.

В настоящее время оценка размеров зон поражения, вызванных обвалами массы горных пород, представляется актуальным научно-практическим исследованием. Этому исследованию посвящено много работ, как экспериментальных, так и теоретических [Божинский, Назаров, 1999; Михайлов, 2011а, б; Орлова, Волик, 2016; Dorren, 2003; Fangqiang Wei et al., 2003; Hungr, 1995; Manzella, Labiouse, 2013; Nilsen, 2008; Rammer et al., 2010]. Но влияние высоты исходного положения обвальных пород на склоне, их массы и крутизны склона на зону поражения остается не изученным до конца.

На сегодняшний день для описания обвалов используются, в основном, дискретные модели, которые описывают движение потока вещества в виде движения совокупности отдельных структурных частиц. Дискретные модели могут описывать движение потока вещества либо в виде группы отдельных не соударяющихся друг с другом частиц, каждая из которых без сопротивления проходит сквозь другую (соседнюю) частицу, либо в виде группы упруго соударяющихся друг с другом частиц [Михайлов, 2011а, б; Dorren, 2003; Hungr, 1995; Rammer et al., 2010]. Они позволяют моделировать ограниченное количество движущихся обломков. Увеличение количества моделируемых обломков требует достаточно мощных вычислительных ресурсов, т.к. необходимо рассматривать движение каждого обломка в отдельности. Известны также и континуальные модели обвалов [Божинский, Назаров, 1999; Орлова, Волик, 2016; Fangqiang Wei et al., 2003], в которых движущаяся масса вещества представляется в виде сплошной среды, характеризующейся неразрывным полем значений физических параметров.

В данной работе исследуется модель движения обломков горных пород с использованием метода дискретных элементов (МДЭ) (Discrete element method) [Pöschel, 2005]. Для проведения вычислений использовался свободный открытый программный код LIGGGHTS [<http://www.liggghts.com>], в котором реализован МДЭ.

В связи с тем, что реальные наблюдения обвалов весьма затруднительны, исследователи очень часто проводят эксперименты в лабораторных условиях. Следует отметить, что в таких экспериментах, как правило, в качестве материала используются одинаковые частицы небольших размеров (до нескольких миллиметров), изготовленные из стекла или пластмассы в форме дисков или сфер [Calvetti et al., 2000]. В одном из экспериментов в качестве материала использовались небольшие бруски гравия прямоугольной формы [Manzella, Labiouse, 2013]. Поскольку реальные обломки обвальной массы разного размера и имеют неправильную форму,

были проведены экспериментальные исследования, в которых в качестве материала использовались частицы доломита неправильной формы размером от 3 до 6 мм. Отметим, что обвальные породы достаточно часто состоят из доломита. Результаты экспериментов позволили провести верификацию модели движения обломков, в основе которой лежит метод дискретных элементов.

Методика проведения экспериментального исследования. Для проведения экспериментальных исследований использовалась лабораторная установка, изображенная на рис. 1. Она состояла из листа фанеры (1), имитирующего склон, сопряженного со вторым листом (2), расположенным горизонтально. Каждый лист имеет ширину 0,45 м и длину 1,5 м, с боковыми вставками (3) для предотвращения высыпания материала за пределы установки. Высота боковых вставок равна 0,2 м. Лист, имитирующий склон, расположен под углом к горизонтально лежащему второму листу. Конструкция выполнена таким образом, что за счет подвижной опоры (4) имеется возможность менять угол наклона первого листа (угол склона). С использованием дополнительной вставки (5) фиксировалось расположение материала на наклонной поверхности до момента ее обрушения.

Эксперименты были проведены при значениях угла склона от 30 до 53 градусов и разных значениях высоты, на которой в начальный момент располагался материал. Дальность пробега материала на горизонтальном листе определялась путем проведения границы, разделяющей сплошную часть материала от части, в которой материал разрезен (рис. 2). Масса частиц доломита была равна 3 кг, 4 кг и 5 кг.

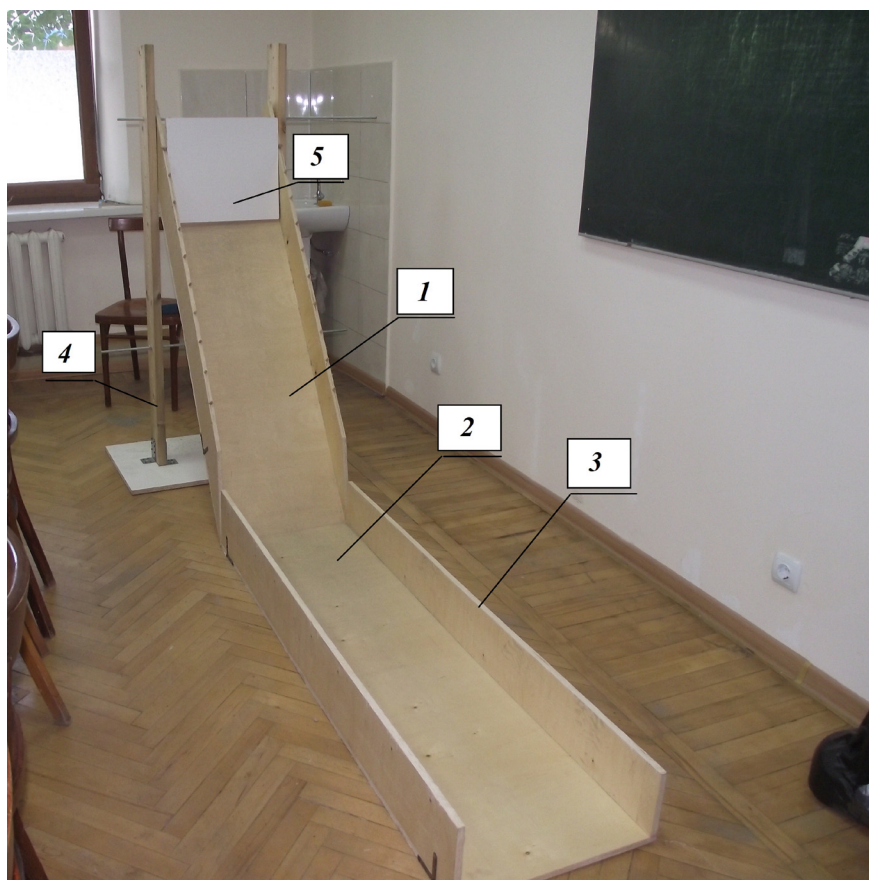


Рис. 1. Экспериментальная установка

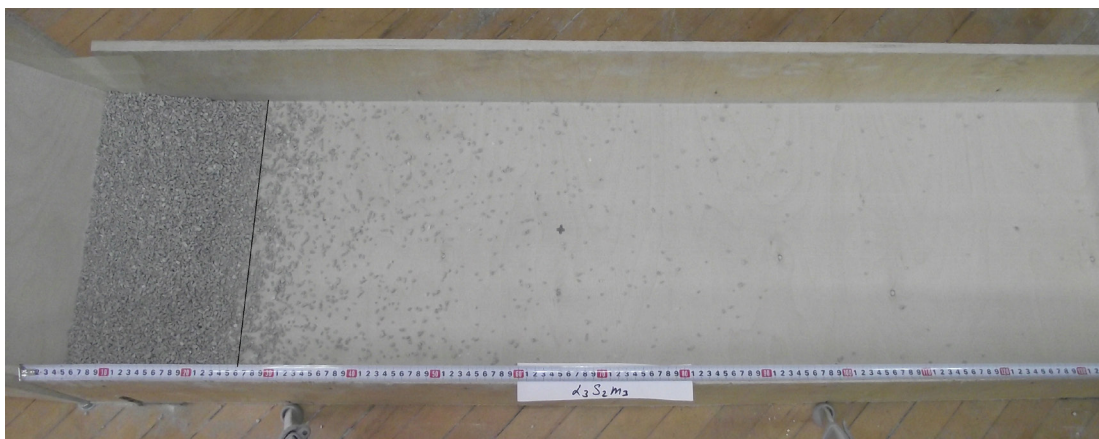


Рис. 2. Обрушение материала. Вид сверху

На рис. 3 представлена зависимость дальности пробега материала от высоты h , на которой располагался материал, при значении угла наклона $\beta = 46$ градусов для случаев, когда масса материала равна 3 кг, 4 кг и 5 кг. Видно, что с увеличением высоты h дальность пробега материала увеличивается практически линейно.

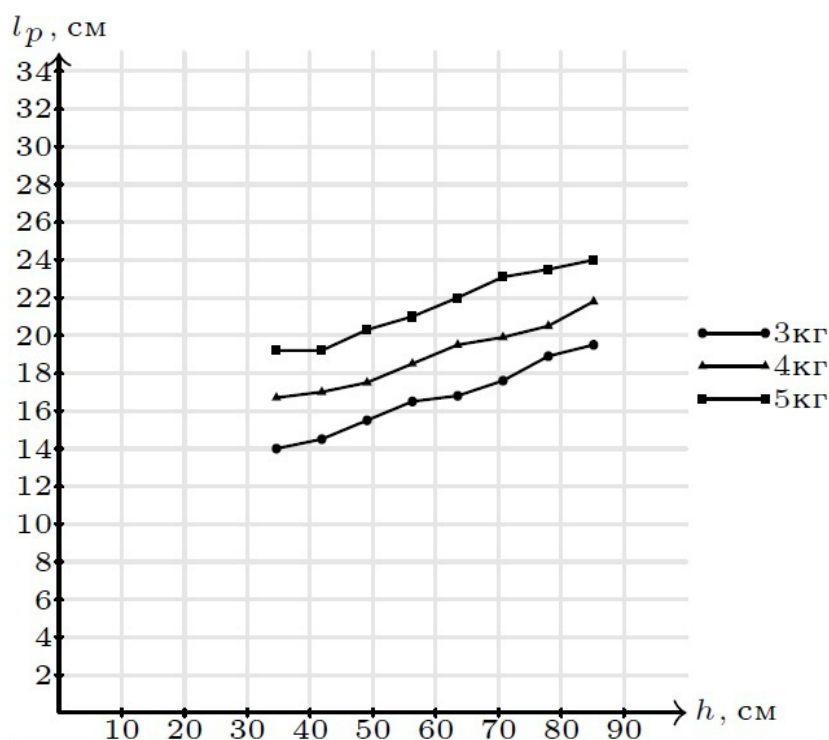


Рис. 3. Зависимость дальности пробега материала от высоты

На рис. 4 представлена зависимость дальности пробега материала от угла наклона β при разных значениях массы материала. Высота, на которой в начальный момент располагался материал, равна 50 см. Видно, что с влиянием увеличения угла наклона на дальность пробега при постоянном значении высоты также приблизительно линейно, но более значительно, чем влияние высоты при постоянном значении угла наклона.

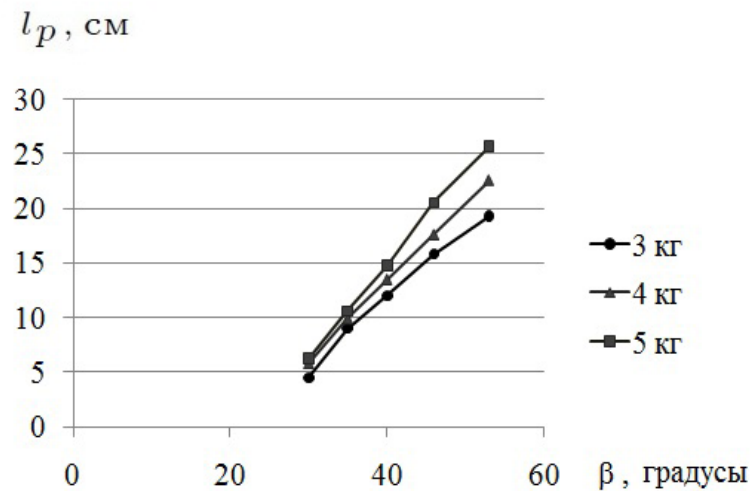


Рис. 4. Зависимость дальности пробега материала от угла склона

Модель на основе МДЭ. Для теоретического исследования движения обломков использовался метод дискретных элементов. В основе МДЭ — уравнения механического движения каждой частицы [Kesava Rao., Prabhu, 2008]:

$$\begin{cases} m_i \frac{d\bar{V}_i}{dt} = m_i \bar{b} + \sum_{j=1}^k \bar{F}_j; \\ I_i \frac{d\bar{\omega}_i}{dt} = \sum_{j=1}^k (\bar{T}_j + \bar{M}_j), \end{cases} \quad (1)$$

где m_i — масса частицы; i — индекс частицы, относительно которой рассматривается система уравнений (1); \bar{V}_i — вектор линейной скорости центра масс; I_i — момент инерции; $\bar{\omega}_i$ — вектор угловой скорости; \bar{b} — вектор массовой силы; \bar{F}_j — внешняя сила, действующая на частицу i через контакт с частицей j ; j — индекс частицы, находящейся в контакте с частицей i ; k — число частиц в контакте с частицей i ; \bar{T}_j — внешний крутящий момент, связанный с контактным взаимодействием частиц i и j ; \bar{M}_j — момент сопротивления качению.

В МДЭ применяется допущение, что каждая частица представляет собой сферу радиусом R_i . Приемлемость этого допущения проверялась путем сравнения с результатами эксперимента. Схематически взаимодействие между частицами i и j представлено на рис. 5 (где \bar{V}_i, \bar{V}_j — векторы скорости центров масс частиц; $\bar{\omega}_i, \bar{\omega}_j$ — векторы угловой скорости; \bar{r}_i, \bar{r}_j — радиус-векторы; \bar{n} — вектор нормали вдоль линии, соединяющей центры частиц i и j).

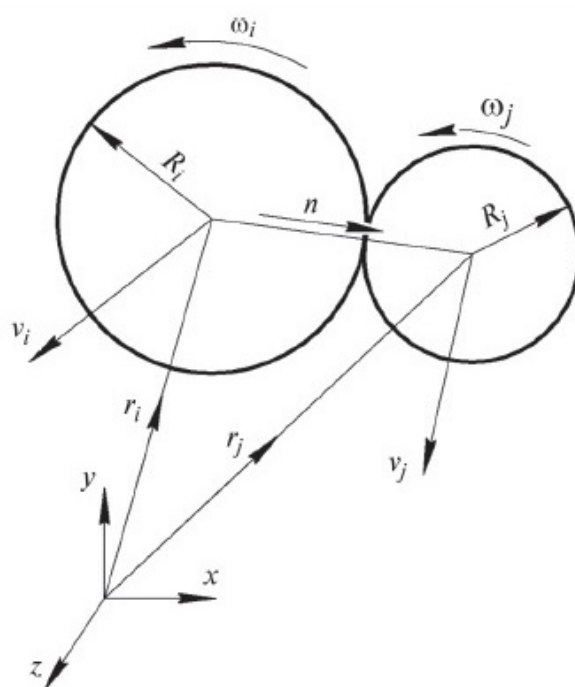


Рис. 5. Две контактирующие сферические частицы i и j

Для описания контактного взаимодействия между частицами в МДЭ применяются различные постановки. Наиболее часто используется модель Герца-Миндлина [Makse et al., 2004], в которой предполагается, что частицы при контакте не деформируются, а перекрывают друг друга на величину $\hat{1}$, образуя пятно контакта. Суммарная сила взаимодействия между двумя частицами состоит из нормальной и тангенциальной составляющих \bar{F}_{nj} , \bar{F}_{tj} [Kesava Rao., Prabhu, 2008; Makse et al., 2004; Pöschel, 2005; Jun Ai et al., 2011]:

$$\bar{F}_{nj} = k_n \hat{1}_n \bar{n} - \tilde{a}_n \bar{V}_n; \tag{2}$$

$$\bar{F}_{tj} = -\min\{k_t \hat{1}_t \bar{t} - \tilde{a}_t \bar{V}_t; \hat{1}_s \bar{F}_n\}, \tag{3}$$

где $k_n = (4/3)E^* \sqrt{R^* \hat{1}_n}$ – коэффициент упругости при контактном взаимодействии; $\frac{1}{E^*} = \frac{1-\nu_i^2}{E_i} + \frac{1-\nu_j^2}{E_j}$ – эффективный модуль упругости; E_i , E_j – модули упругости взаимодействующих частиц при одноосном растяжении/сжатии, ν_i, ν_j – коэффициенты Пуассона взаимодействующих частиц; $1/R^* = 1/R_i + 1/R_j$ – приведенный радиус частиц; $\hat{1}_n = R_i + R_j - \langle \bar{r}_j - \bar{r}_i, \bar{n} \rangle$ – относительное нормальное перекрытие частиц при контактном взаимодействии; $\tilde{a}_n = -2\sqrt{5/3} \hat{a} \sqrt{E^* m^*} \sqrt{R^* \hat{1}_n} \geq 0$ – коэффициент демпфирования в нормальном направлении к контакту; $\hat{a} = h e_j / \sqrt{h^2 e_j + \pi^2}$ – безразмерный коэффициент демпфирования; e_j – коэффициент реституции (вос-

становления) между материалами частиц i и j ; $1/m^* = 1/m_i + 1/m_j$ – приведенная масса; $\bar{V}_j = \bar{V}_i - \bar{V}_j + (R_i \bar{\omega}_i + R_j \bar{\omega}_j) \times \bar{n}$ – относительная скорость в точке контакта частиц; $\bar{V}_n = \langle \bar{V}_j, \bar{n} \rangle \bar{n}$ – нормальная составляющая \bar{V}_j ; $\bar{V}_t = (\bar{n} \times \bar{V}_j) \times \bar{n}$ – тангенциальная составляющая \bar{V}_j ; \hat{i}_s – коэффициент трения скольжения; $\hat{i}_t = \int_{t_0}^t |(\bar{n} \times \bar{V}_j) \times \bar{n}| dt$ – относительное тангенциальное перекрытие частиц, которое началось в момент времени t_0 и длится до данного момента времени t ; $\bar{t} = \bar{V}_t / |\bar{V}_t|$ – единичный тангенциальный вектор; $k_t = 8G^* \sqrt{R^* \hat{i}_n}$ – коэффициент сдвига при контактном взаимодействии; $\frac{1}{G^*} = \frac{2(2 + \nu_i)(1 - \nu_i)}{E_i} + \frac{2(2 + \nu_j)(1 - \nu_j)}{E_j}$ – эффективный модуль сдвига; $\hat{a}_t = -4\sqrt{5/3} \hat{a} \sqrt{G^* m^*} \sqrt[4]{R^* \hat{i}_n} \geq 0$ – коэффициент демпфирования в тангенциальном направлении к контакту.

Крутящий момент, действующий на частицу, создается тангенциальной силой \bar{F}_{ij} и определяется выражением

$$\bar{T}_j = (R_i \bar{n}) \times \bar{F}_{ij} \quad (4)$$

При относительном движении частиц также возникает момент сопротивления качению \bar{M}_j [30]

$$\bar{M}_j = -\hat{i}_r k_n \hat{i}_n R^* \frac{\bar{\omega}_i}{|\bar{\omega}_i|}, \quad (5)$$

где \hat{i}_r – коэффициент трения качения.

В качестве начальных условий принимались координаты всех частиц системы и их начальные скорости, а в качестве граничных условий – взаимодействие с границами расчетной области.

Рассчитывая силы взаимодействия (2)-(5) и интегрируя по времени систему уравнений (1), получали скорости и перемещения каждой частицы системы [Kesava Rao., Prabhu, 2008], а затем изменение положения частиц.

Сравнение результатов экспериментов и расчетов. В работах [Budetta, Santo, 1994; Nappi et al., 2013] используются разные значения нормального коэффициента восстановления в случае столкновения частиц доломита (от 0,2 до 0,5). Кроме того, в работе [Rockfall hazard..., 2003] для нормального коэффициента восстановления в случае взаимодействия обвалных пород с подстилающей поверхностью используется значение 0,35. В данной работе для проведения расчетов использовалось среднее значение нормального коэффициента восстановления в случае столкновений частиц друг с другом и с поверхностью, которое равно 0,3. Коэффициент трения принимался равным 0,7 [Smith, Faulkner, 2010]. Величина модуля Юнга для доломита равна 3×10^5 кг/см², а коэффициента Пуассона равен 0,14 [What are the values..., 2015]. В расчетах использовались монодисперсные сферические частицы диаметром 5 мм, что примерно соответствует среднемассовому размеру частиц в экспериментах. При проведении параллельных вычислений на четырехядерном процессоре с частотой 3,1 Ггерц время расчета одного варианта составляло примерно 2 часа.

На рис. 6 представлено положение частиц доломита после обрушения, полученное при визуализации результатов расчета. Использовалось значение массы доломита $m = 3$ кг, угла склона $\beta = 35$ градусов, высоты, на которой располагался материал, $h = 50$ см. Размеры расчетной области соответствовали размерам экспериментальной установки. Дальность пробега материала определялась так же, как в экспериментальных исследованиях.

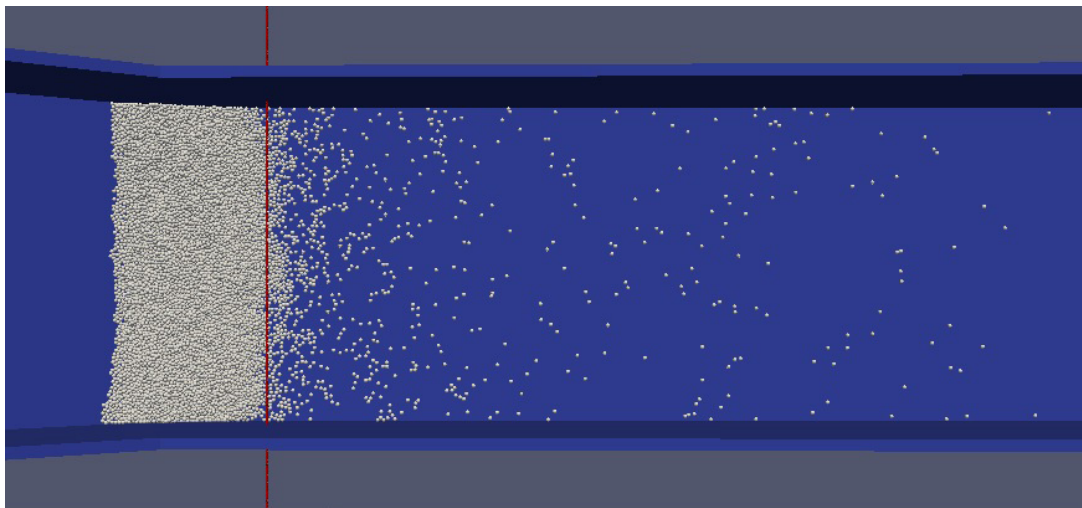


Рис. 6. Положение частиц доломита после обрушения

На рис. 7 представлено сравнение результатов экспериментов с результатами расчетов для случая, когда $m = 3$ кг, $h = 50$ см, при разных значениях угла β . Кривая 1 соответствует результатам экспериментов, кривая 2 – результатам расчетов.

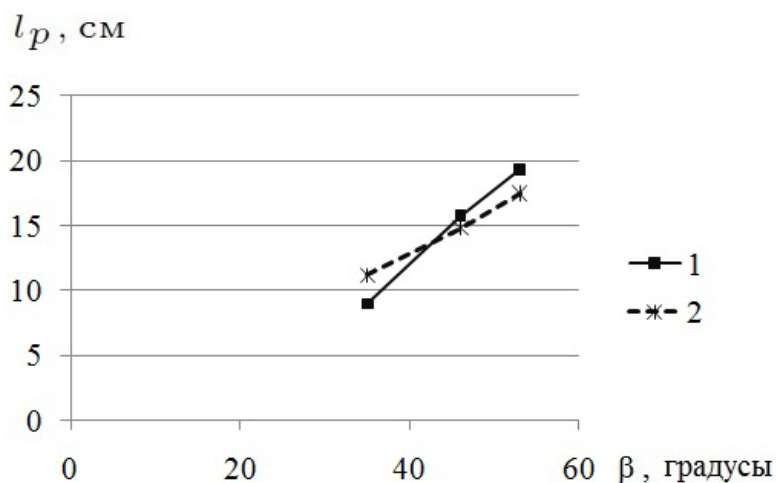


Рис. 7. Зависимость дальности пробега материала от угла склона. Сравнение результатов экспериментов с результатами расчетов.

В целом, результаты расчетов удовлетворительно описывают эксперимент. Дальность пробега возрастает практически линейно с увеличением угла склона. При малых значениях угла склона ($\beta = 35$ градусов) наблюдается небольшое завышение результатов расчетов по сравнению с экспериментальными данными. В

остальных случаях (когда $\beta = 46$ градусов и $\beta = 53$ градуса) расчетные значения несколько ниже экспериментальных. Небольшое расхождение результатов расчетов и экспериментов можно объяснить как недостаточной точностью определения дальности пробега материала и в экспериментах и при обработке результатов расчетов, так и тем, что при проведении расчетов использовались сферические частицы одного размера. В действительности, в экспериментах частицы доломита имеют неправильную форму, и их размеры варьируются от 3 до 6 мм.

Заключение

По результатам проведенных исследований можно сделать вывод о том, что модель на основе метода дискретных элементов можно использовать для описания движения обвалных пород и оценки области поражения при обвалах. Увеличение в исследованном диапазоне угла склона и высоты, на которой в начальный момент располагается материал, приводит к пропорциональному увеличению дальности пробега материала.

Участие второго и третьего авторов в настоящей работе поддержаны грантом РФФИ № 16-35-00147.

Литература

1. Алимбетова А.Ж. Защита от оползней в водонасыщенных грунтах с использованием коробчатых габионов: монография – Алматы: НАО КазНИТУ имени К.И. Сатпаева, 2015 – 124 с.
2. Божинский А.Н., Назаров А.Н. Динамика двухфазного селевого потока // Вестник Московского университета. Серия 5. География. 1999. – №5. – С. 15–20.
3. Ломтадзе В.Д. Инженерная геология. Инженерная геодинамика. – Л.: «Недра», 1977. – 479 с.
4. Михайлов В.О. Классификация численных математических моделей селевых и склоновых процессов // Инженерная геология. – 2011а. – №3. – С. 56–63.
5. Михайлов В.О. Трехмерная математическая модель обвалных процессов. // Вестник Московского университета. Серия 5. География. 2011б. – № 4. – С. 53–58.
6. Орлова Н.С., Волик М.В. Математическое моделирование движения обвалов с использованием континуального подхода // Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Естественные науки. – 2016. – №3. – С. 20–24.
7. Budetta P., Santo A. Morphostructural evolution and related kinematics of rock-falls in Campania (Southern Italy) // Engineering Geology. – 1994. – V.36. – Pp. 197–210.
8. Calvetti F., Crosta G., Tatarella M. Numerical simulation of dry granular flows: from the reproduction of small-scale experiments to the prediction of rock avalanches // RIVISTA ITALIANA DI GEOTECNICA. – 2000. – №2. – P. 21–38.
9. Dorren L.K.A. A review of rockfall mechanics and modeling approaches // Progress in Physical Geography. – 2003. – V.27. №1. – P. 69–87.
10. Fangqiang Wei, Hu Kaiheng, Jose Luis Lopez, Cui Peng. Method and its application of the momentum model for debris flow risk zoning. Chinese Science Bulletin. – 2003. – №48(6). – P. 594–598.
11. Hungr O. A model for the runout analysis of rapid flow slides, debris flows and avalanches // Canadian Geotechnical Journal. – 1995. – V. 32. №4. – P. 610–623.
12. K. Kesava Rao., Prabhu R. Nott. An Introduction to Granular Flow: New York, Cambridge University Press. –2008. – 512 p.

13. LIGGGHTS Open Source Discrete Element Method Particle Simulation Code. <http://www.liggghts.com>.

14. Makse H.A., Gland N., Johnson D.L., Schwartz L. Granular packings: Nonlinear elasticity, sound propagation, and collective relaxation dynamics // *Phys. Rev. E.* – 2004. – V. 70. – P. 061302.

15. Manzella I., Labiouse V. Empirical and analytical analyses of laboratory granular flows to investigate rock avalanche propagation // *Landslides*, 10. – 2013. – P. 23–36.

16. Nappi M., Budetto P., Lombardi G., Minotti C. Rockfall run-out estimate comparing empirical and trajectographis approaches // *Landslide Science and Practice v.6 Risk Assesment, Management and Mitigation* (MargottiniC., Canuti P., Sasse K.) Springer. – 2013. – Pp. 177–182.

17. Nilsen M. Modelling of rockfall runout range. Employing empirical and dynamical methods // *Master Thesis in Geosciences Discipline: Environmental geology and geohazards*. Department of Geosciences, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, University of Oslo. – 2008. – 96 p.

18. Pöschel T. Computational Granular dynamics models and algorithms. Berlin Heidelberg New York, Springer. – 2005. – 322 p.

19. Rammer W., Brauner M., Dorren L.K.A., Berger F., Lexer M.J. Evaluation of a 3-D rockfall module within a forest patch model // *Natural Hazards and Earth system Sciences*. 2010. – №10. – P. 669–711.

20. Rockfall hazard evaluation and mitigation design PG&E Diablo Canyon ISFSI (Project by Bachhuber J.L., Lettis W. at al.) April 30, 2003, 149 pp. pbadupws.nrc.gov/docs/ML0315/ML031560687.pdf (дата обращения: 14.11.2016).

21. Smith S.F., Faulkner D.R.. Laboratory measurements of the frictional properties of the Zuccale low-angle normal fault, Elba Island, Italy // *Journal of Geophysical Research*, V. 115, B02407, doi:10.1029/2008JB006274, 2010.

22. Jun Ai, Jian-Fei Chen, Rotter J.M., Jin Y. O. Assessment of rolling resistance models in discrete element simulations // *Powder Technology*. – 2011. – V. 206(3). – P. 269–282.

23. What are the values of modulus of elasticity & poisson's ratio for different rocks? <http://civilblog.org/2015/02/13/what-are-the-values-of-modulus-of-elasticity-poissons-ratio-for-different-rocks/> (дата обращения: 14.11.2016).

DOI: 10.23671/VNC.2016.4.20902

VERIFICATION OF ROCKFALL MODEL, BASED ON THE DISCRETE ELEMENT METHOD

© 2016 A.G. Kusraev¹, Sc. Doctor (Phys.-Math.), prof., D.G. Minasyan², Sc. Cand. (Tech.), N.S. Orlova^{2,3}, Sc. Cand. (Tech.), D.G. Pantileev⁴, Sh.S. Khubezhty², Sc. Doctor (Phys.-Math.)

¹Vladikavkaz Scientific Center of the Russian Academy of Sciences, Russia, 362027, Vladikavkaz, Markusa street, 22, e-mail: KAG@smath.ru;

²South Mathematical Institute of VSC RAS, Russia, 362027, Vladikavkaz, Markusa street, 22, e-mail: davidmd@yandex.ru;

³Financial University under the Government of RF, South mathematical institute of VSC RAS, Russia, 362002, Vladikavkaz, Molodezhnaya street, 7, e-mail: norlova.umi.vnc@gmail.com;

⁴Republican Physics and Mathematics Lyceum-Boarding, Russia, 362011, Vladikavkaz, Minina street, 15, e-mail: demphys@gmail.com

The rockfall movement of the slope, which is associated with the horizontal section, was investigated. The theoretical investigation was performed using model, based on the Discrete element method. The experimental investigation was performed using laboratory equipment. Comparison between the experiment results and calculations were presented. Numerical calculations of the affected area of rockfall, performed for various values of the slope angle to horizontal surface, satisfactorily describe experiments.

Keywords: mathematical modeling, rockfall, Discrete element method, experiment results, LIGGGHTS, affected area, slope angle.