

ISSN 2221-3198

ГЕОЛОГИЯ И ГЕОФИЗИКА ЮГА РОССИИ

№ 2 / 2017



УДК 550.34+539.3

DOI: 10.23671/VNC.2017.2.9494

ПРИМЕНЕНИЕ ВОЛНОВОЙ ТЕОРИИ СЕЙСМИЧЕСКОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ УПРУГИХ НАПРЯЖЕНИЙ В КУРПСАЙСКОЙ ПЛОТИНЕ С ГРУНТОВЫМ ОСНОВАНИЕМ ПРИ НЕЗАПОЛНЕННОМ ВОДОХРАНИЛИЩЕ

© 2017 В. К. Мусаев, д.т.н., проф.

¹Московский государственный университет путей сообщения Императора Николая II, Россия, 127994, г. Москва, ул. Образцова, д. 9, стр. 9;

²Московский политехнический университет, Россия, 107023, Москва, ул. Большая Семеновская, д. 38, e-mail: musayev-vk@yandex.ru

Рассматриваются некоторые вопросы численного моделирования сейсмической безопасности бетонной Курпсайской плотины с грунтовым основанием при волновых воздействиях. Плотина моделируется при заполненном водохранилище. Программный комплекс позволяет решать задачи при нестационарных воздействиях на объекты сложной формы. На основе метода конечных элементов в перемещениях разработаны алгоритм и комплекс программ для решения линейных плоских двумерных задач волновой теории упругости. Проведено сопоставление с результатами смешанного метода конечных элементов. Максимальное растягивающее напряжение возникает в верхней части задней области контура плотины. Упругое контурное напряжение на гранях плотины является почти зеркальным отражением одно другого, то есть антисимметричным.

Ключевые слова: математическое моделирование, контурные напряжения, бетонная Курпсайская плотина, незаполненное водохранилище, волновая теория сейсмической безопасности, динамическая теория упругости, перемещение, скорость перемещений, ускорение, сейсмическое воздействие, функция Хевисайда, фундаментальное воздействие, метод конечных элементов, численный метод, алгоритм, комплекс программ, узловые точки, явная двухслойная схема, контурное напряжение, изгибные волны.

Постановка задачи при нестационарных сейсмических воздействиях

Волны напряжений различной природы, распространяясь в деформируемом теле, взаимодействуют друг с другом, что приводит к образованию новых областей возмущений, перераспределению напряжений и деформаций.

При интерференции волн напряжений их интенсивности складываются. Они могут достигать значений, превосходящих предел прочности материала. В этом случае наступает разрушение материала.

После трехкратного или четырехкратного прохождения и отражения волн напряжений в теле процесс распространения возмущений становится установившимся, напряжения и деформации усредняются, тело находится в колебательном движении.

Некоторые вопросы в области моделирования нестационарных динамических задач рассмотрены в следующих работах [Напетваридзе, 1959; Мухелишвили, 1966; Поттер, 1975 и др.].

В работах [Мусаев, 1990а, 1993, 2015б, 2016а – б; Акатьев и др., 2015; Спиридонов, 2015; Musayev, 2016а, б] приведена информация о моделировании неста-

ционных волн напряжений в деформируемых объектах при сейсмических воздействиях с помощью применяемого численного метода, алгоритма и комплекса программ.

Для решения задачи о моделировании упругих нестационарных волн напряжений в деформируемых областях сложной формы рассмотрим некоторое тело Γ в прямоугольной декартовой системе координат XOY (рис. 1), которому в начальный момент времени $t=0$ сообщается механическое нестационарное импульсное воздействие.

Предположим, что тело Γ изготовлено из однородного изотропного материала, подчиняющегося упругому закону Гука при малых упругих деформациях.

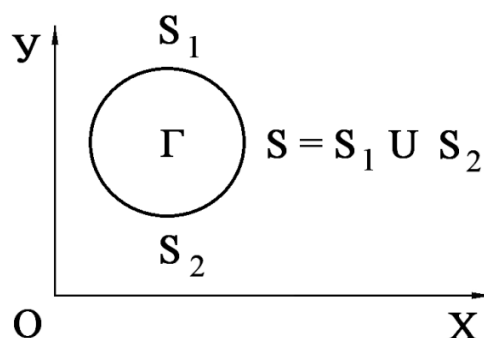


Рис. 1. Некоторое тело Γ в прямоугольной декартовой системе координат XOY

Точные уравнения двумерной (плоское напряженное состояние) динамической теории упругости имеют вид

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial X} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial Y} = \rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial X} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial Y} = \rho \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2}, \quad (x, y) \in \Gamma,$$

$$\sigma_x = \rho C_p^2 \varepsilon_x + \rho(C_p^2 - 2C_s^2) \varepsilon_y, \quad \sigma_y = \rho C_p^2 \varepsilon_y + \rho(C_p^2 - 2C_s^2) \varepsilon_x, \quad \tau_{xy} = \rho C_s^2 \gamma_{xy},$$

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u_x}{\partial X}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial u_y}{\partial Y}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u_x}{\partial Y} + \frac{\partial u_y}{\partial X}, \quad (x, y) \in (\Gamma \cup S), \quad (1)$$

где: σ_x , σ_y и τ_{xy} – компоненты тензора упругих напряжений; ε_x , ε_y и γ_{xy} – компоненты тензора упругих деформаций; u_x и u_y – составляющие вектора упругих перемещений вдоль осей OX и OY соответственно; ρ – плотность материала;

$C_p = \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\nu^2)}}$ – скорость продольной упругой волны; $C_s = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\nu)}}$ – скорость поперечной упругой волны; ν – коэффициент Пуассона; E – модуль упругости;

$S (S_1 \cup S_2)$ – граничный контур тела Γ .

Систему (1) в области, занимаемой телом Γ , следует интегрировать при начальных и граничных условиях.

Разработка методики и алгоритма

Для решения двумерной плоской динамической задачи теории упругости с начальными и граничными условиями (1) используем метод конечных элемен-

тов в перемещениях. Задача решается методом сквозного счета, без выделения разрывов. То есть применяется однородный алгоритм. Основные соотношения метода конечных элементов получены с помощью принципа возможных перемещений.

Принимая во внимание определение матрицы жесткости, вектора инерции и вектора внешних сил для тела Γ , записываем приближенное значение уравнения движения в теории упругости

$$\bar{H}\ddot{\Phi} + \bar{K}\dot{\Phi} = \bar{R}, \quad \dot{\Phi}|_{t=0} = \dot{\Phi}_0, \quad \ddot{\Phi}|_{t=0} = \ddot{\Phi}_0 \quad (2)$$

где: \bar{H} – диагональная матрица инерции; \bar{K} – матрица жесткости; $\dot{\Phi}$ – вектор узловых упругих перемещений; $\ddot{\Phi}$ – вектор узловых упругих скоростей перемещений; $\ddot{\Phi}$ – вектор узловых упругих ускорений; \bar{R} – вектор внешних узловых упругих сил.

Соотношение (2) система линейных обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка в перемещениях с начальными условиями.

Таким образом, с помощью метода конечных элементов в перемещениях, линейную задачу с начальными и граничными условиями (1) привели к линейной задаче Коши (2).

Для интегрирования уравнения (2) конечно-элементным вариантом метода Галеркина приведем его к следующему виду

$$\bar{H} \frac{d}{dt} \dot{\Phi} + \bar{K}\dot{\Phi} = \bar{R}, \quad \frac{d}{dt} \dot{\Phi} = \ddot{\Phi}. \quad (3)$$

Интегрируя по временной координате соотношение (3), получим двумерную явную двухслойную конечно-элементную линейную схему в перемещениях для внутренних и граничных узловых точек

$$\dot{\Phi}_{i+l} = \dot{\Phi}_i + \Delta t \bar{H}^{-1} (-\bar{K}\dot{\Phi}_i + \bar{R}_i), \quad \ddot{\Phi}_{i+1} = \ddot{\Phi}_i + \Delta t \ddot{\Phi}_{i+1}, \quad (4)$$

где Δt – шаг по времени.

Основные соотношения метода конечных элементов в перемещениях получены с помощью принципа возможных перемещений и конечно-элементного варианта метода Галеркина.

Общая теория численных уравнений математической физики требует для этого наложение определенных условий на отношение шагов по временной координате Δt и по пространственным координатам, а именно

$$\Delta t = 0,5 \frac{\min \Delta l_i}{C_p} \quad (i = 1, 2, 3, \dots), \quad (5)$$

где: Δl – длина стороны конечного элемента.

Для исследуемой области, состоящей из материалов с разными физическими свойствами, выбирается минимальный шаг по временной координате (5).

В работах [Мусаев, 1990а, 1993, 2015а; Зюбина и др., 2015, Мусаев и др., 2016; Дикова, 2016; Саликов и др., 2016; Musayev, 2015а, б] приведена информация о физической достоверности и математической точности моделирования нестационарных волн напряжений в деформируемых телах разной формы с помощью рассматриваемого численного метода, алгоритма и комплекса программ.

Определение нестационарных волновых напряжений в Курпсайской плотине

Расчеты проводились при следующих единицах измерения: килограмм-сила (кгс); сантиметр (см); секунда (с).

Рассматривается задача о воздействии плоской продольной упругой волны на Курпсайскую плотину с грунтовым основанием (рис. 2).

Начальные условия приняты нулевыми. В сечении на расстоянии $2,3H$ (рис. 2) ($H = 115$ м) при $0 \leq n \leq 25$ ($n = t / \Delta t$) скорости упругих перемещений \dot{u}_x и \dot{u}_y изменяются линейно от 0 до $\dot{u}_x = P \sin \alpha$ и $\dot{u}_y = P \cos \alpha$, а при $n > 25$ $\dot{u}_x = P \sin \alpha$ и $\dot{u}_y = P \cos \alpha$ ($P = \sigma_0 / (\rho C_p)$, $\sigma_0 = 0,1$ МПа (1 кгс/см²)).

Контур плотины $H I J A B C D E$ (кроме точки D) предполагается свободным от нагрузок при $t > 0$. Граничные условия для контура $E F G H$ при $t > 0$ $u_x = u_y = \dot{u}_x = \dot{u}_y = 0$. Отраженные волны от контура $E F G H$ не доходят до исследуемых точек при $0 \leq n \leq 2000$.

Расчеты проведены при следующих исходных данных: $H = 115$ м; $\Delta t = 0,742 \cdot 10^{-3}$ с; $E = 0,36 \cdot 10^4$ МПа ($0,36 \cdot 10^5$ кгс/см²); $\nu = 0,36$; $\rho = 0,122 \cdot 10^4$ кг/м³ ($0,122 \cdot 10^{-5}$ кгс/см⁴); $C_p = 1841$ м/с.

Исследуемая расчетная область имеет 953 узловых точек. Курпсайская плотина аппроксимирована 224 узловыми точками.

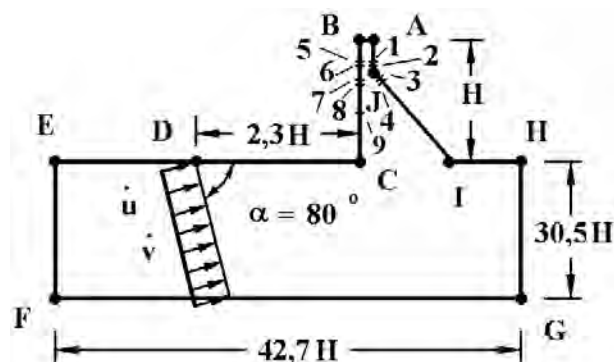


Рис. 2. Постановка задачи для системы сооружение-основание (Курпсайская плотина)

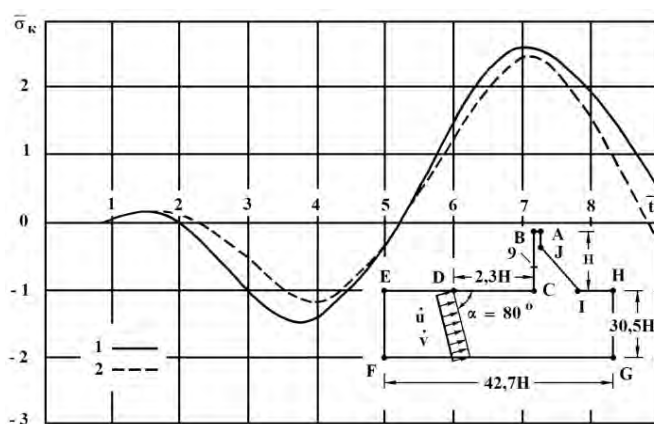


Рис. 3. Изменение упругого контурного напряжения $\bar{\sigma}_k$ в точке 9 во времени \bar{t} на контуре Курпсайской плотины при воздействии плоской продольной упругой волны типа полупериода синусоиды при $\lambda / H = 3$

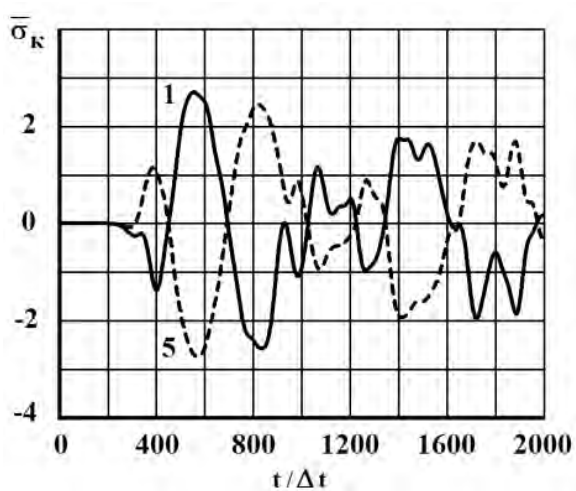


Рис. 4. Изменение упругого контурного напряжения $\bar{\sigma}_k$ в точках 1 и 5 на контуре Курпсайской плотины во времени $t/\Delta t$

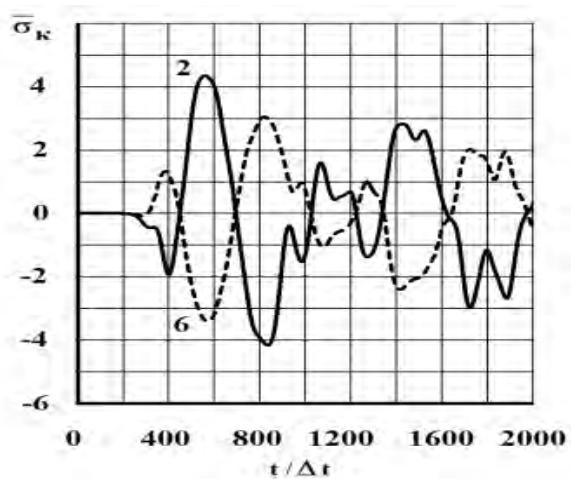


Рис. 5. Изменение упругого контурного напряжения $\bar{\sigma}_k$ в точках 2 и 6 на контуре Курпсайской плотины во времени $t/\Delta t$

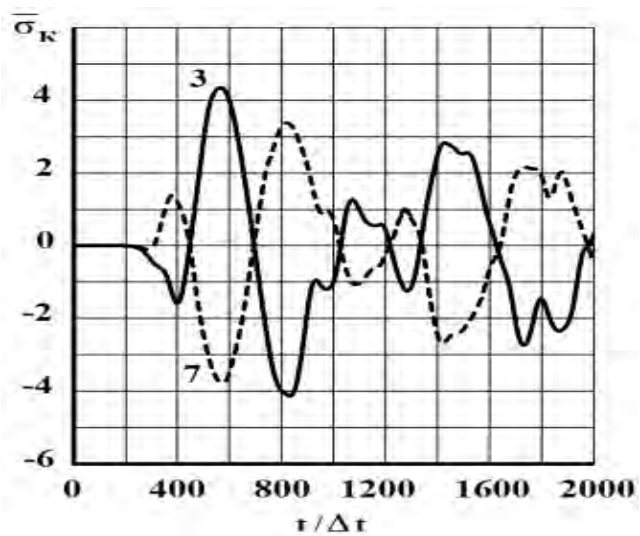


Рис. 6. Изменение упругого контурного напряжения $\bar{\sigma}_k$ в точках 3 и 7 на контуре Курпсайской плотины во времени $t/\Delta t$

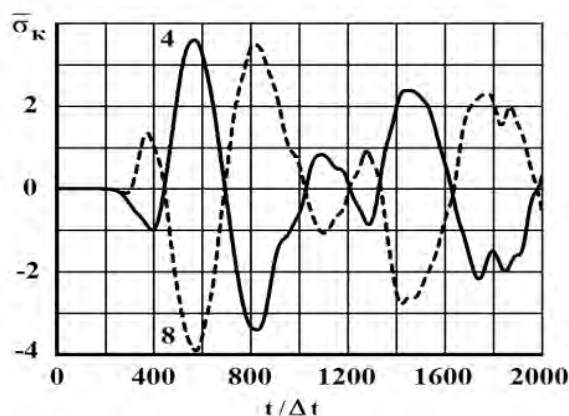


Рис. 7. Изменение упругого контурного напряжения $\bar{\sigma}_k$ в точке 4 и 8 на контуре Курпсайской плотины во времени $t/\Delta t$

На рис. 3 показано изменение контурного напряжения $\bar{\sigma}_k$ в точке 9 во времени \bar{t} , полученное с помощью интеграла Дюамеля при воздействии типа полупериода синусоиды при $\lambda/H = 3$ (λ – длина волны): 1 – результаты численного решения, полученные методом конечных элементов в перемещениях [Мусаев, 1993; Musayev, 2016a]; 2 – результаты численного решения, полученные смешанным методом конечных элементов [Мусаев, 1993; Musayev, 2016a]. Расхождение для максимального упругого контурного напряжения составляет 5%.

На рис. 4-7 показано изменение контурных напряжений $\bar{\sigma}_k$ в Курпсайской плотине во времени $t/\Delta t$.

Выводы

1. Курпсайская плотина моделируется с упругим основанием незаполненного водохранилища.
2. Упругое контурное напряжение на гранях Курпсайской плотины является почти зеркальным отражением один другого, то есть антисимметричным.
3. Курпсайская плотина при сейсмическом воздействии работает как стержень переменного сечения, то есть, если на одной грани проявляется растягивающие напряжения, то на другой будут наблюдаться сжимающие напряжения.
4. На контурах Курпсайской плотины при сейсмическом воздействии в основном преобладают изгибные волны.
5. Максимальное растягивающее напряжение возникает в верхней части тыловой области контура Курпсайской плотины.

Литература

1. Акатъев С.В., Шепелина П.В., Куранцов О.В., Дикова Е.В., Тарасенко А.А. Практическая реализация моделирования экстремальных процессов в гидротехнических сооружениях с помощью численного метода, алгоритма и комплекса программ Мусаева В.К. // Техносферная безопасность, надежность, качество, энерго и ресурсосбережение: Т38. Материалы Международной научно-практической конференции. Выпуск XVII. В 2 т. – Т. 2. – Ростов-на-Дону: Ростовский государственный строительный университет, 2015. – С. 179-187.
2. Дикова Е.В. Достоверность численного метода, алгоритма и комплекса программ Мусаева В.К. при решении задачи о распространении плоских продольных

упругих волн (восходящая часть – линейная, нисходящая часть – четверть круга) в полуплоскости // Международный журнал экспериментального образования. – 2016. – № 12-3. – С. 354-357.

3. Зюбина В. В., Тарасенко А. А., Стародубцев В. В., Самойлов С. Н., Шепелина П. В. Моделирование импульса (первая ветвь: восходящая часть – линейная, нисходящая часть – линейная; вторая ветвь: восходящая часть – линейная, нисходящая часть – линейная) в упругой полуплоскости с помощью численного Мусаева В. К. // Техносферная безопасность, надежность, качество, энерго- и ресурсосбережение: ТЗ8. Материалы Международной научно-практической конференции. Выпуск XVII. В 2 т. – Т. 2. – Ростов-на-Дону: Ростовский государственный строительный университет, 2015. – С. 212-221.

4. Мусаев В. К. Решение задачи дифракции и распространения упругих волн методом конечных элементов // Строительная механика и расчет сооружений. – 1990а. – № 4. – С. 74-78.

5. Мусаев В. К. Численное моделирование динамического напряженного состояния сооружений уравнениями двумерной теории упругости и пластичности. Автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 01.02.04. – М.: Совинтервод, 1993. – 46 с.

6. Мусаев В. К. Численное моделирование плоских продольных волн в виде импульсного воздействия (восходящая часть – четверть круга, средняя – горизонтальная, нисходящая – линейная) в упругой полуплоскости // Международный журнал экспериментального образования. – 2015а. – № 11 (часть 2). – С. 222-226.

7. Мусаев В. К. Моделирование нестационарных процессов в геообъектах с помощью волновой теории сейсмической безопасности // Международный журнал экспериментального образования. – 2015б. – № 12. – С. 347-352.

8. Мусаев В. К. Моделирование нестационарных упругих волн напряжений в Курпсайской плотине с основанием (полуплоскость) с помощью волновой теории сейсмической безопасности // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2016а. – № 3-1. – С. 47-50.

9. Мусаев В. К. Моделирование нестационарных изгибных волн напряжений в плотине Койна (Индия) с упругим основанием (полуплоскость) с помощью волновой теории при сейсмическом воздействии // Актуальные проблемы формирования культуры безопасности жизнедеятельности населения. XXI Международная научно-практическая конференция по проблемам защиты населения и территорий от чрезвычайных ситуаций. Сборник докладов. МЧС России. – М.: ФГБУ ВНИИ ГОЧС (ФЦ), 2016б. – С. 301-309.

10. Мусаев В. К., Дикова Е. В., Кормилицин А. И., Самойлов С. Н., Стародубцев В. В. Достоверность результатов численного метода в перемещениях при отражении упругих волн напряжений в виде треугольного импульса от свободной поверхности пластинки // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2016. – № 4. – С. 57-61.

11. Мусхелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. – М.: Наука, 1966. – 708 с.

12. Напетваридзе Ш. Г. Сейсмостойкость гидротехнических сооружений. – М.: Госстройиздат, 1959. – 216 с.

13. Поттер Д. Вычислительные методы в физике. – М.: Мир, 1975. – 392 с.

14. Саликов Л. М., Мусаев А. В., Идельсон Е. В., Самойлов С. Н., Блинные В. В. Оценка физической достоверности моделирования плоских нестацио-

нарных упругих волн напряжений в виде импульсного воздействия (функция Хевисайда) в полуплоскости с помощью численного метода, алгоритма и комплекса программ Мусаева В. К. // Проблемы управления безопасностью сложных систем. Материалы XXIV Международной конференции. – М.: РГГУ, 2016. – С. 356-359.

15. Спиридонов В. П. Определение некоторых закономерностей волнового напряженного состояния в геобъектах с помощью численного метода, алгоритма и комплекса программ Мусаева В. К. // Современные наукоемкие технологии. – 2015. – № 12-5. – С. 832-835.

16. Musayev V.K. Estimation of accuracy of the results of numerical simulation of unsteady wave of the stress in deformable objects of complex shape // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. – 2015a. – Volume 11, Issue 1. – P. 135-146.

17. Musayev V.K. On the mathematical modeling of nonstationary elastic waves stresses in corroborated by the round hole // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. – 2015b. – Volume 11, Issue 1. – P. 147-156.

18. Musayev V.K. Mathematical modeling of seismic nonstationary elastic waves stresses in Kurpsai dam with a base (half-plane) // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. – 2016a. – Volume 12, Issue 3. – P. 73-83.

19. Musayev V.K. Numerical simulation of non-stationary seismic stresses in elastic waves dam Koyna with base (half-plane) // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. – 2016b. – Volume 12, Issue 3. – P. 84-94.

DOI: 10.23671/VNC.2017.2.9494

THE APPLICATION OF WAVE THEORY FOR SEISMIC EFFECTS MODELING ELASTIC STRESSES IN KURPSAY THE DAM WITH A SOIL BASE WITH EMPTY RESERVOIR

© 2017 V. K. Musayev, Sc. Doctor (Tech.), prof.

¹Moscow state University of railway engineering, Russia, 127994, Moscow, Obrazcova Str., 9b9;

²Moscow Polytechnic University, Russia, 107023, Moscow, Bolshaya Semenovskaya str., 38, e-mail: musayev-vk@yandex.ru

Discusses some problems of numerical modeling of seismic safety of concrete dams Kurpsay with a soil base by wave action. The dam is modeled with the reservoir. The program complex allows to solve problems under non-stationary effects on complex objects. On the basis of the finite element method in displacements the algorithm and the program complex for solving linear flat two-dimensional problems of wave theory of elasticity. A comparison with the results of the mixed finite element method. The maximum tensile stress occurs on the upper rear contour of the dam. Elastic contour stress on the faces of the dam is almost a mirror reflection of one another, that is, antisymmetric.

Keywords: mathematical modeling; the grid voltages, Kurpsay concrete dam, empty reservoir, the wave theory of seismic safety, dynamic elasticity theory, movement; speed of movement, acceleration, seismic effects, Heaviside function, fundamental effects, finite element method, numerical method, algorithm, complex programs, key points, two-step explicit scheme, contour voltage, bending waves.