

ISSN 2221-3198

ГЕОЛОГИЯ И ГЕОФИЗИКА ЮГА РОССИИ

№ 2 / 2017



УДК 626/627.03.042 : 550.34.013.4
DOI: 10.23671/VNC.2017.2.9493

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СЕЙСМИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ ПЛОТИНЫ И ПОДФУНДАМЕНТНЫХ СЛОЕВ ГРУНТОВОГО МАССИВА С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ ВОДЫ В ВОДОХРАНИЛИЩЕ

© 2017 И.Д. Музаев^{1,2}, д.т.н., проф., К.С. Харебов¹, к.т.н., доц., Н.И. Музаев¹

¹Геофизический институт – филиал ФГБУН ФНЦ «Владикавказский научный центр Российской академии наук», Россия, 362002, РСО-Алания, г. Владикавказ, ул. Маркова, 93а, e-mail: kosta7x7@yandex.ru;

²Владикавказский филиал Финансового университета при Правительстве Российской Федерации, Россия, 362002, РСО-Алания, г. Владикавказ, ул. Молодежная, 7, e-mail: muzaevid@mail.ru

Составлена математическая модель совместных сейсмических колебаний высоконапорной плотины, водохранилища и двух слоев массива грунта под основаниями плотины и водохранилища. Модель представляет контактную краевую задачу математической физики в которой учтены взаимозависимости колебательных процессов в грунтовой толще, в плотине и в водохранилище при распространении гармонической сейсмической волны в рассматриваемой системе. В результате решения поставленной задачи получены расчетные формулы для вычисления относительных амплитуд сейсмических колебаний гребня и основания плотины.

Ключевые слова: плотина, водохранилище, контактная краевая задача, сейсмические колебания, математическая модель.

В горных регионах на сейсмоактивных территориях построены высоконапорные плотины и обширные водохранилища. В некоторых гидротехнических сооружениях глубины воды превосходят 250 м. На Сарезском озере (в горах Памира) глубина воды у завальной плотины превышает 500 м. при сейсмическом воздействии плотина и вода в водохранилище совершают колебательные движения, где частота собственных колебаний системы на некоторых объектах и при определенных условиях может достичь околорезонансного значения. Это может привести к аварии гидротехнического сооружения с трудно предсказуемыми опасными последствиями.

В связи с вышесказанным научные исследования по такому направлению представляются весьма актуальными и имеют существенное значение в деле проектирования, строительства и безаварийной эксплуатации гидротехнических сооружений.

На рисунке 1 представлен схематический чертеж гидротехнического сооружения, состоящего из высоконапорной плотины, воды в водохранилище, фундаментного блока и слоев грунта под их основанием.

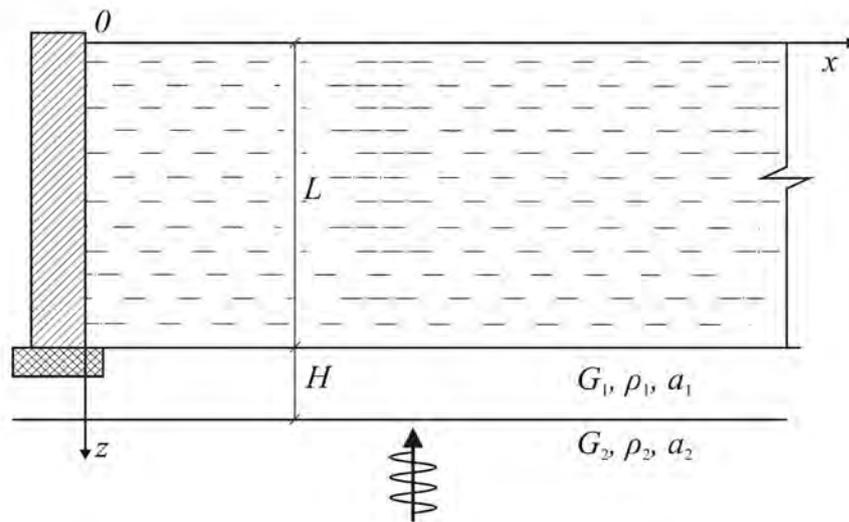


Рис. 1. Схематический чертеж гидротехнического сооружения

Грунты под основанием сооружения представляют систему из нескольких слоев пород с различными физико-механическими и мощностными характеристиками. С точки зрения оценки сейсмического воздействия всегда возникает весьма важный вопрос: как влияют мощность и физико-механические характеристики слоев, габаритные размеры и жесткость сооружения, а также глубина воды в водохранилище на уровень колебания сооружения, происходит усиление колебаний или же их ослабление? [Шульман, 1976]

В дальнейшем везде считается, что поверхность раздела двух слоев грунта представляет горизонтальную плоскость, а грунты совершают поперечные сдвиговые колебания. Известно, что такие колебания системы с точки зрения сейсмологии являются наиболее опасными [Kramer, 1996].

При составлении математической модели задачи считается, что в прямоугольной системе координат $oxuz$ часть пространства ограниченная условиями $0 \leq x < \infty$, $-B/2 \leq y \leq B/2$, $0 \leq z \leq L$, представляет водохранилище, схематизированное в виде полуограниченного прямоугольного параллелограмма. В створе $x = 0$ помещена плотина, совершающая горизонтальные сейсмические гармонические колебания. Математическую модель сейсмических колебаний системы изображенной на рисунке 1 представляет следующая контактная краевая задача математической физики.

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0, \quad 0 < x < \infty, \quad 0 < z < L \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EJ \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right) + \rho B h \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = -BP(0, z, t), \quad x = 0, \quad 0 < z < L \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 U_1}{\partial t^2} - a_1^2 \frac{\partial^2 U_1}{\partial z^2} = 0, \quad L < z < L + H \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 U_2}{\partial t^2} - a_2^2 \frac{\partial^2 U_2}{\partial z^2} = 0, \quad L + H < z < \infty \quad (4)$$

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|_{x=0} = \frac{\partial V}{\partial t}, \quad \varphi \rightarrow 0 \text{ при } x \rightarrow \infty \quad (5)$$

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right|_{z=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right|_{z=L} = 0 \quad (6)$$

$$U_1|_{z=L} = V|_{z=L}, \quad \left. \frac{\partial V}{\partial z} \right|_{z=L} = 0, \quad G_1 B h \left. \frac{\partial U_1}{\partial z} \right|_{z=L} = -E J \left. \frac{\partial^3 V}{\partial z^3} \right|_{z=L} \quad (7)$$

$$\left. \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right|_{z=L} = 0, \quad \left. \frac{\partial^3 V}{\partial z^3} \right|_{z=L} = 0 \quad (8)$$

$$U_1|_{z=L+H} = U_2|_{z=L+H}, \quad G_1 \left. \frac{\partial U_1}{\partial z} \right|_{z=L+H} = G_2 \left. \frac{\partial U_2}{\partial z} \right|_{z=L+H} \quad (9)$$

$$U_2 \text{ и } \left. \frac{\partial U_2}{\partial z} \right|_{z \rightarrow \infty} \text{ ограничены при } z \rightarrow \infty \quad (10)$$

$$P = -\rho \frac{\partial \varphi}{\partial t}, \quad (11)$$

где приняты следующие обозначения, соответствующие рис. 1: $\varphi(x, z, t)$ – потенциал скорости колебательного движения воды в водохранилище, $V(z, t)$ – поперечные перемещения центральной оси плотины – балки (балочная модель плотины), $U_1(z, t)$ и $U_2(z, t)$ – поперечные сдвиговые перемещения верхнего и нижнего слоя грунтового массива, L – глубина и высота плотины, H – мощность верхнего слоя грунтового массива, E – модуль упругости материала плотины, $J = Bh^3/12$ – момент инерции поперечного сечения плотины, G_1 и G_2 – модули сдвига верхнего и нижнего слоев грунта, a_1 и a_2 – скорости распространения поперечных (сдвиговых) волн в верхнем и нижнем слоях соответственно, ρ_0 – плотность воды, x и z – горизонтальная и вертикальная координаты, t – время, ρ_1 и ρ_2 – плотности верхнего и нижнего слоя грунта, $a_1 = \sqrt{\frac{G_1}{\rho_1}}$, $a_2 = \sqrt{\frac{G_2}{\rho_2}}$.

Комментарии относительно контактной краевой задачи (1)–(11): (1) – дифференциальное уравнение безвихревого (потенциального) движения воды в водохранилище; (2) – дифференциальное уравнение поперечных колебаний центральной оси плотины; (3)–(4) – дифференциальные уравнения поперечных сдвиговых колебаний верхнего и нижнего слоя грунта; (5) – равенство горизонтальных скоростей воды и плотины на напорной грани; (6) – равенство нулю гидродинамического давления на свободной поверхности воды и равенство нулю вертикальной скорости воды на дне водоема; (7) – равенство перемещений и усилий на месте контакта основания плотины и верхнего слоя грунта; (8) – равенство нулю поперечной силы и изгибающего момента на гребне плотины; (9) – равенство перемещений и усилий (касательных напряжений) на месте контакта слоев грунта; (10) – ограниченность перемещений и напряжений в нижнем слое грунта в бесконечности; (11) – связь между гидродинамическим давлением и потенциалом скорости воды в водохранилище. Грунт под основанием водохранилища и плотины схематизирован в виде двухслойного массива где верхний слой имеет мощность H и нижний слой простирается до бесконечности. Физико-механические свойства слоев: ρ_1 , G_1 , a_1 и ρ_2 , G_2 , a_2 , соответственно.

Полагается, что на нижний слой грунта падает сейсмическая гармоническая волна

$$U_2(z, t) = A_2 e^{i\omega\left(t + \frac{z}{a_2}\right)} + B_2 e^{i\omega\left(t - \frac{z}{a_2}\right)}, \quad (12)$$

где A_2 – амплитуда падающей сейсмической волны, B_2 – амплитуда отраженной от верхнего слоя сейсмической волны уходящей в бесконечность. В дальнейшем считается, что вся система совершает вынужденные гармонические колебания с круговой частотой ω .

При таких предположениях поставленная контактная краевая задача (1)–(12) поддается аналитическому решению, в результате которого получены следующие расчетные формулы для относительных амплитуд колебания гребня и основания плотины

$$y_1 = \frac{A(0)}{A_2} = 2G_1 h \frac{\omega}{a_1} \frac{|Z_1|}{\sqrt{k^2 \varphi_1^2 + \varphi_2^2}}, \quad (13)$$

$$y_2 = \frac{A(L)}{A_2} = 2G_1 h \frac{\omega}{a_1} \frac{|Z_2|}{\sqrt{k^2 \varphi_1^2 + \varphi_2^2}}, \quad (14)$$

где: $A(0)$, $A(L)$ – амплитуды колебания гребня и основания плотины;

$$Z_1 = (1 + \psi)(ch\lambda L + \cos \lambda L) - d(sh\lambda L + \sin \lambda L); \quad Z_2 = 1 + ch\lambda L \cdot \cos \lambda L; \quad k = \frac{\rho_1 a_1}{\rho_2 a_2};$$

$$\gamma = -\frac{24\rho_0\omega^2}{Eh^3L}; \quad \lambda = \sqrt[4]{\frac{12\rho\omega^2}{Eh^2}}; \quad a_n = -\frac{(2n-1)\pi}{2L}; \quad S_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin a_n L}{a_n^2(a_n^4 - \lambda^4)}; \quad S_2 = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{a_n^4 - \lambda^4};$$

$$I = \frac{h^3}{12}; \quad \psi = \frac{\gamma}{\lambda^3} S_2 \cdot \sin \lambda L + \gamma S_1; \quad d = \frac{\gamma}{\lambda^3} S_2 \cdot \cos \lambda L; \quad R_1 = sh\lambda L \cdot \cos \lambda L + ch\lambda L \cdot \sin \lambda L;$$

$$R = (1 + \psi)R_1 - dsh\lambda L \cdot \sin \lambda L;$$

$$\varphi_1 = \left[EJ\gamma S_2 \cos \lambda L (1 + ch\lambda L \cdot \cos \lambda L) + EJ\lambda^3 R \right] \cos \frac{\omega H}{a_1} + G_1 h \frac{\omega}{a_1} (1 + ch\lambda L \cdot \cos \lambda L) \sin \frac{\omega H}{a_1};$$

$$\varphi_2 = \left[EJ\gamma S_2 \cos \lambda L (1 + ch\lambda L \cdot \cos \lambda L) + EJ\lambda^3 R \right] \sin \frac{\omega H}{a_1} - G_1 h \frac{\omega}{a_1} (1 + ch\lambda L \cdot \cos \lambda L) \cos \frac{\omega H}{a_1}$$

Рассмотрим частные случаи.

1. Сооружение и вода отсутствуют. В этом случае $L=0$, $\rho_0=0$,

$$y_1 = y_2 = 2A_2 \frac{1}{\sqrt{k^2 \sin^2 \frac{\omega H}{a_1} + \cos^2 \frac{\omega H}{a_1}}}.$$

Получена формула для амплитуды поперечных колебаний дневной (свободной) поверхности верхнего слоя грунта. Она точно совпадает с формулой полученной Э.Е. Хачияном [Хачиян, 2009].

2. Вода в водохранилище отсутствует. $L \neq 0$, $\rho_0 = 0$. Высота сооружения не равна нулю.

В этом случае: $\gamma = 0$, $\psi = 0$, $d = 0$, $R = R_1$.

$$\varphi_1 = EJ\lambda^3 R_1 \cos \frac{\omega H}{a_1} + G_1 h \frac{\omega}{a_1} (1 + ch\lambda L \cdot \cos \lambda L) \sin \frac{\omega H}{a_1};$$

$$\varphi_2 = EJ\lambda^3 R_1 \sin \frac{\omega H}{a_1} - G_1 h \frac{\omega}{a_1} (1 + ch\lambda L \cdot \cos \lambda L) \cos \frac{\omega H}{a_1}.$$

3. $L \neq 0, H = 0, \rho_0 = 0.$

$$\varphi_1 = EJ\lambda^3 R_1; \quad \varphi_2 = -G_1 h \frac{\omega}{a_1} (1 + ch\lambda L \cdot \cos \lambda L);$$

$$y_1 = 2G_1 h \frac{\omega}{a_1} \frac{|ch\lambda L + \cos \lambda L|}{\sqrt{k^2 (EJ\lambda^3 R_1)^2 + \left(G_1 h \frac{\omega}{a_1}\right)^2 (1 + ch\lambda L \cos \lambda L)^2}};$$

$$y_2 = 2G_1 h \frac{\omega}{a_1} \frac{|1 + ch\lambda L \cos \lambda L|}{\sqrt{k^2 (EJ\lambda^3 R_1)^2 + \left(G_1 h \frac{\omega}{a_1}\right)^2 (1 + ch\lambda L \cos \lambda L)^2}}.$$

4. $L = 0, H = 0, \rho_0 = 0.$

$$y_1 = y_2 = 2.$$

При выходе сейсмической волны из однородного грунта на свободной дневной поверхности амплитуда колебаний увеличивается в два раза по сравнению с амплитудой падающей волны.

На рисунках 2–3 представлены графики зависимостей относительных амплитуд y_1, y_2 от высоты сооружения для значений частот 1 и 2 Гц.

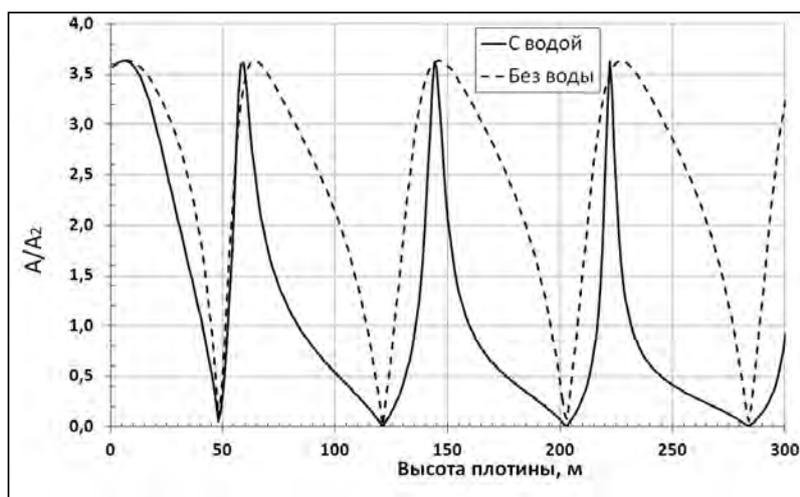


Рис. 2. Зависимость относительной амплитуды колебания подошва плотины от высоты плотины с учетом и без учета воды. Частота 2 Гц

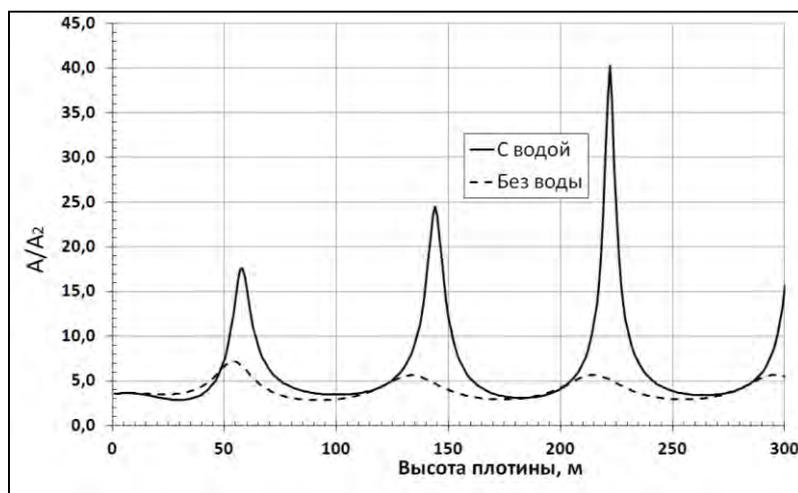


Рис. 3. Зависимость относительной амплитуды колебания гребня плотины от высоты плотины с учетом и без учета воды. Частота 2 Гц

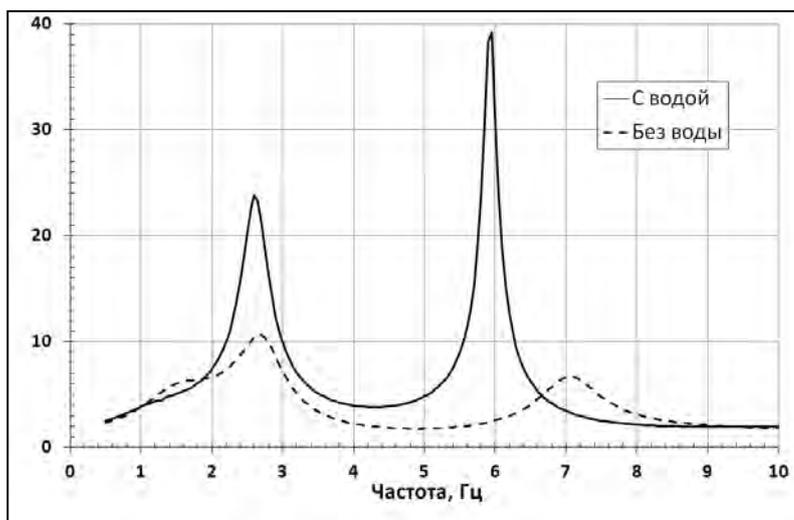


Рис. 4. Зависимость относительной амплитуды колебания гребня плотины от частоты сейсмических колебаний с учетом и без учета воды.

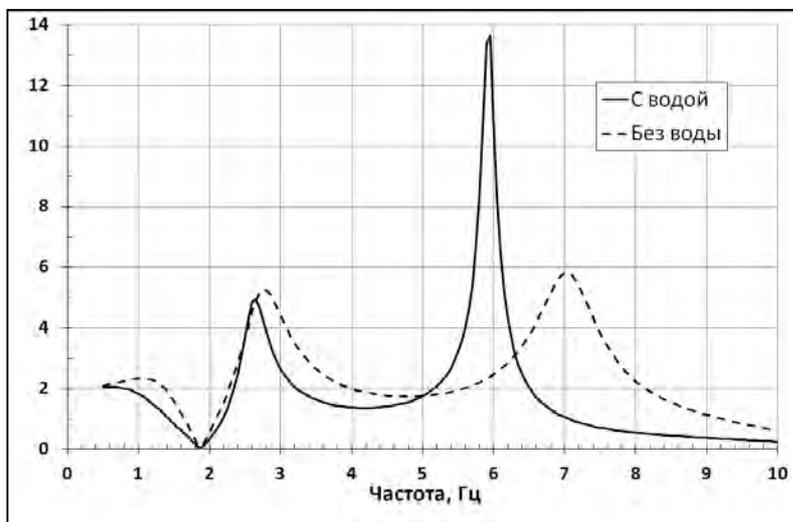


Рис. 5. Зависимость относительной амплитуды колебания подошвы плотины от частоты сейсмических колебаний с учетом и без учета воды.

На рисунках 4–5 представлены амплитудно-частотные характеристики сейсмических колебаний гребня и основания плотины при мощности верхнего слоя $H = 30$ м, толщина плотины $h = 10$ м, модуль упругости материала плотины $E = 2 \cdot 10^{10}$ н/м², скорости поперечных волн в слоях грунта равны $a_1 = 600$ м/с, $a_2 = 1000$ м/с. Как показывают представленные графики, влияние водной среды на колебательный процесс системы является весьма существенным фактором и в проектных разработках этот фактор необходимо учесть.

Заключение

Составлена математическая модель сейсмических колебаний системы, состоящей из плотины, водохранилища и двухслойного массива грунта под основанием плотины и водохранилища. Модель представляет контактную краевую задачу в которой учтены взаимозависимости колебательных процессов в слоях грунта, плотины и водохранилище.

В результате решения поставленной краевой задачи получены расчетные формулы, которые на стадии изыскания площадки строительства и проектирования плотины подобрать оптимальные варианты, место строительства и габаритные

размеры плотины и водохранилища, обеспечивающие максимальную сейсмостойкость системы

Литература

1. Музаев И.Д., Харебов К.С., Музаев Н.И. Математическое моделирование процесса усиления или ослабления эффекта сейсмического воздействия на высотное сооружение // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. – 2013. – Т. 3. №1. – С. 24–27.
2. Хачиян Э.Е. Задача усиления или ослабления эффекта сейсмического воздействия на поверхности земли // Вестник ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко «Исследования по теории сооружений». – М. – 2009. – №1 (XXVI). – С. 67–80.
3. Шульман С.Г. Расчеты сейсмостойкости гидросооружений с учетом влияния водной среды. – М.: Энергия, 1976. – 335 с.
4. Steven L. Kramer. Geotechnical Earthquake Engineering. Prentice Hall, New Jersey. – 1996. – 673 p.

DOI: 10.23671/VNC.2017.2.9493

MATHEMATICAL MODELING OF SEISMIC VIBRATIONS OF THE DAM AND UNDERFOUNDATION LAYERS OF THE SOIL MASSIF TAKING INTO ACCOUNT THE INFLUENCE OF WATER IN THE RESERVOIR

© 2017 I.D. Muzaev^{1,2}, Sc. (Doct.Techn.), Prof., C.S. Kharebov¹, Sc. (Cand.Tech.), N.I. Muzaev¹

¹Geophysical institute VSC RAS, Russia, 362002, RNO-Alania, Vladikavkaz, Markov st., 93a, e-mail: kosta7x7@yandex.ru;

²Vladikavkaz branch of the Federal State Budget Institution of Higher Education «Financial University under the Government of the Russian Federation», Russia, 362002, Vladikavkaz, Molodezhnaia st., 7, e-mail: muzaevid@mail.ru

The mathematical model of the co-seismic vibrations of high-pressure dams, reservoirs and two layers of soil under the foundations of the dam and reservoir is created. The model represents the contact boundary value problem of mathematical physics which takes into account the interdependence of oscillatory processes in soil, in the dam and in the reservoir during the propagation of harmonic seismic waves in the system under consideration. As a result of solving the tasks the formulae are derived to calculate the relative amplitudes of the oscillations of the top and the base of the dam.

Keywords: dam, reservoir, the contact boundary value problem, seismic vibrations, mathematical model.