УДК 551.213:532.517:532.545 DOI: 10.23671/VNC.2018.2.14356

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТИ НАЧАЛА ИЗВЕРЖЕНИЯ ВУЛКАНА ВСЛЕДСТВИЕ ОБРАЗОВАНИЯ ТРЕЩИНЫ В КРОВЛЕ МАГМАТИЧЕСКОГО ОЧАГА

© 2018 A. A. Радионов, к. т. н.

Южный математический институт – филиал ФГБУН ФНЦ ВНЦ РАН, Россия, 362025, РСО-Алания, г. Владикавказ, ул. Ватутина, д. 53, e-mail: aar200772@ mail. ru

При помощи математического моделирования рассматривается ситуация, когда в кровле магматического очага, расположенного глубоко под конусом вулкана, мгновенно возникает трещина, давление в которой первоначально близко нулю. При падении давления в магматической камере вероятен «взрывной» рост пузырьков в магме за фронтом волны разгрузки и соответствующее увеличение объема магматического расплава. С помощью моделирования быстропротекающего процесса раскрытия возникшей трещины в кровле магматического очага под действием дегазирующегося магматического расплава показано, что раскрытие трещины останавливается на расстояниях гораздо меньших, чем глубина расположения кровли магматического очага.

Ключевые слова: математическая модель, раскрытие трещины, вулканическое извержение, магматическая камера.

Введение

Вулканическое извержение является одним из наиболее опасных природных явлений [Ритман, 1964]. В решении задачи предсказания вулканических извержений имеется прогресс [Федотов, 2006], позволяющий указать со значительной точностью место и время извержения, используя его предвестники. Для некоторых вулканических извержений не удается применить полученные знания [Новейший и современный..., 2005] и нужны дальнейшие исследования. Можно считать, что для данной геодинамической обстановки мощность и тип вулканического извержения определяется свойствами магматического расплава заполняющего периферийную магматическую камеру, расположенную под вулканом.

Очевидны трудности, с которыми сталкивается исследователь при необходимости непосредственного измерения параметров и характеристик магматического расплава и вмещающей горной породы непосредственно под вулканом на глубинах порядка 4-7 км. На этих глубинах расположен вулканический очаг, заполненный расплавленной магмой, в котором и протекают процессы, приводящие к началу извержения. Одним из способов изучения процессов инициирующих вулканическое извержение является математическое моделирование. С помощью этого инструментария можно задать различные параметры расплава и критерии раскрытия вулканических каналов и попытаться рассчитать численно развитие процессов, относящиеся к начальным этапам вулканического извержения.

В литературе описано несколько математических моделей разной сложности, описывающих процесс уже начавшегося или продолжающегося какое-то время

вулканического извержения [Кедринский и др., 2006; Gonnermann, Manga, 2007]. Эти модели представляются плодотворными, и на их основе удается объяснить особенности вулканических извержений, включая пульсирующие режимы выброса пирокластики из жерла вулкана. Развиваемые в этих работах представления о физических процессах протекающих в магматических расплавах при извержении вулкана можно использовать для описания случая образования трещины в кровле магматического очага. Применение работоспособных моделей может ответить на вопрос: способна ли возникшая трещина инициировать извержение вулкана, то есть в процессе своего раскрытия может ли она достигнуть поверхности.

При рассмотрении кратких временных промежутков (измеряемые долями секунды), охватывающих начальную стадию раскрытия трещины (и, возможно, начальную стадию извержения), необходимо рассматривать множество явлений, происходящих в магматическом расплаве. При резком падении давления уменьшается растворимость всех летучих компонентов, растворенных в магматическом расплаве. Наблюдаемые картины выбросов вулканами пеплов, пемз, пирокластики объясняются интенсивным образованием в магматических расплавах пузырьков, за счет роста которых образуются газопепловые потоки в каналах вулканов. Процесс отделения газовой составляющей расплава рассматривается аналогично кипению на основе динамики многофазных жидкостей.

Из анализа современных теоретических представлений о процессах при вулканических извержениях представляется, что основной движущей силой этих процессов является кипение поднимающихся расплавов в верхних слоях питающих каналов вулканов. Используя описанные в литературе математические модели, в настоящей работе предпринята попытка выяснить способно ли кипение расплава привести к извержению вулкана при падении давления на глубинах вулканического очага вследствие возможных сейсмических событий, или, возможно, кипение расплава только сопровождает извержение вулкана и его причиной не является.

Математическая модель

Использовалась математическая модель, котораянезначительно отличается от [Кедринский и др., 2006], что связано с изменениями, связанными с экспериментальными данными по исследованию магматических расплавов.

Принималась ячеистая модель магматического расплава, течение описывалось на основе уравнений гидродинамики многофазных сред. Для расчета поведения паровой фазы в жидкости принималось расположение зародышей пузырьков начального радиуса $a(t=0)=a_0=10^{-5}$ м в центре ячеек радиуса S, которые в свою очередь равномерно заполняют объем жидкости. На основе такого представления вычислялось объемное содержание паровой фазы в единице объема расплава как $\alpha_g=a^3S^{-3}$. Количество ячеек N_g нормировалось таким образом, чтобы оно приблизительно соответствовало наблюдаемому количеству пузырьков в изверженных вулканических пемзах, либо количеству пузырьков, образующихся при лабораторных экспериментах в исследуемых образцах расплавов [Lyakhovskyetal., 1996; Экспериментальная минералогия..., 2004]. Радиус ячейки вычислялся из выражения $4\pi S^3 N_o/3=1$ м. Ячеистая модель схематически проиллюстрирована на рисунке 1.

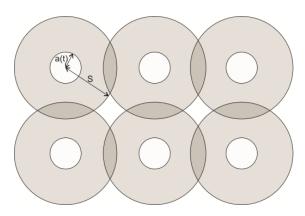


Рис. 1. Схематическое представление ячеистой модели.

Плотность и объемное содержание двухфазной среды записывалась в виде сумм:

$$\rho = \alpha_g \rho_g + \alpha_l \rho_l, \, \alpha_g + \alpha_l = 1, \qquad (1)$$

где α_g , α_l — объемные содержания газовой и жидкостной фаз, ρ_g , ρ_l — плотности газовой и жидкой фазы. При изменениях внешнего давления порядка 1 ГПа плотность жидкой фазы меняется не существенно, но для описания быстропротекающих процессов необходимо использование представления сжимаемой среды с переменной плотностью, что позволяет проследить распространение волны разрядки и возможного влияния этой волны на рост пузырьков.

Уравнение неразрывности для двухфазной среды:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 . \tag{2}$$

Уравнение сохранения импульса:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot (\nabla \cdot \vec{v}) = -\frac{\nabla p}{\rho} + \vec{g} + \frac{1}{\rho} \nabla (\mu \nabla \vec{v}), \qquad (3)$$

где вектор \vec{v} обозначает скорость течения магматического расплава, вектор g – ускорение свободного падения, p – давление, μ – вязкость.

Использование одножидкостного приближения для вычисления изменений импульса каждой фазы в магматических расплавах обусловливается значительной вязкостью и малыми размерами пузырьков, что лишает пузырьки подвижности относительно несущей фазы.

Уравнение для энергии среды в рассматриваемом случае небольших перепадов давления может быть принято в виде уравнения переноса температуры T :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla T = \nabla (\chi \nabla T) + \Phi_T , \qquad (4)$$

где Φ_T — функция, описывающая разогрев расплава при его деформации. Коэффициент температуропроводности \div в широком диапазоне давлений и температур для расплавов различных композиций меняется не значительно [Bagdassarov, Dingwell, 1994] и принимался постоянным $\chi=1.1\div1.4\cdot10^{-7}\,\text{M}^2/\text{c}$. Начальное условие для (4): $T(t=0)=T_0$. Выражение для Φ_T может быть записано в виде:

$$\Phi_{T} = \frac{2\mu_{l}}{\rho_{l}c_{pl}} \left[\left(\frac{\partial v_{x}}{\partial x} \right)^{2} + \left(\frac{\partial v_{y}}{\partial y} \right)^{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_{x}}{\partial y} + \frac{\partial v_{y}}{\partial x} \right)^{2} \right]. \tag{5}$$

В этой формуле c_{pl} – теплоемкость расплава ииспользуется обозначение (v_x, v_y) для вектора скорости в декартовых координатах (x, y).

Разогрев расплава осуществляется вследствие его деформации растущими пузырьками и вследствие деформации расплава текущего в каналах сложной формы. Вторую причину выражение для Φ_T учитывает непосредственно, а для учета деформаций растущих пузырьков уравнение (4) записывается в сферических координатах и дополнительно решается в ячейке расплава, окружающего растущий паровой пузырек. Граничными условиями являются температура пара в пузырьке, вычисляемая из уравнения состояния пара, и равенство нулю первой производной по радиус-вектору на внешней границе ячейки. Полученное решение усредняется по радиальной координате внутри ячейки окружающей пузырек и получаются средние значения температуры, аналогично осреднением получаются значения концентрации растворенных летучих и вязкости расплава внутри ячейки.

Концентрация растворенных в расплаве летучих компонентов c подчиняется уравнению (для молекулярно растворенных летучих):

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla c = \nabla (\mathbf{D} \nabla c) + \Phi_c , \qquad (6)$$

с начальным условием $c(t=0)=c_0$. Φ_T — функция, описывающая сток летучих компонентов при дегазации в пузырьки. Коэффициент диффузии D принимается на основании экспериментальных данных в диапазоне $D=1\div 30\cdot 10^{-12}$.

Уравнение состояния, связывающее изменения давления и плотности многофазной жидкости принималось в виде:

$$\rho = \psi p + \left(1 - \alpha_{\sigma}\right) \rho_{l0} , \qquad (7)$$

где $\psi = (1-\alpha_g)\psi_l + \alpha_g\psi_g$ — сжимаемость двухфазной среды, ψ_l , ψ_g , — адиабатические сжимаемости вещества несущей и дисперсной фаз соответственно, которые определяются экспериментально и имеют значение обратно пропорциональное квадрату скорости звука в среде, ρ_{l0} — начальная плотность жидкой фазы. В работе [Кедринский и др., 2006] в качестве уравнения состояния использовалось уравнение Тэта, более точно описывающее связь давления и плотности при ударно-волновых нагрузках. Однако при давлениях характерных для периферийных магматических очагов линейное соотношение (7) выполняется с достаточной точностью.

Выражение (7) можно переписать в более удобном для вычислений виде:

$$\frac{\partial(\psi p)}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{v}) - \rho_{l0} \frac{\partial \alpha_g}{\partial t} = 0 , \qquad (8)$$

которое учитывает рост давления в расплаве при росте объемного парового содержания. Увеличение давления в жидкости вокруг растущих пузырьков может приводить к увеличению объема среды, если имеется свободное пространство для расширения.

Вязкость двухфазной среды вычисляется с помощью выражения

$$\mu = \alpha_g \mu_g + \alpha_l \mu_l , \qquad (9)$$

где μ_g — вязкость паровой фазы, μ_l — вязкость жидкой фазы. Такое представление вязкости двухфазной среды качественно согласуется с экспериментальными измерениями влияния объемного содержания паровой фазы на вязкость. Выражение для вязкости магматических расплавов μ_l , исходя из экспериментальных данных, обычно принимается в виде экспоненциальной зависимости

$$\mu_{l} = \mu_{0} exp\left(\frac{E_{\mu}^{0}\left(1 - k_{\mu}c\right)}{RT}\right). \tag{10}$$

Значения численных констант отличаются для расплавов различных композиций и могут быть приняты в следующих диапазонах своих значений: $\mu_0 = 10^{-2.5} \, \text{M}^2/\text{c}$, $E_\mu^0 = 1.75 \div 3.06 \cdot 10^5 \text{Дж}$, $k_\mu = 6 \div 11$, R — универсальная газовая постоянная. Близкие значения численных констант уравнения (10) приведены в работах [Жариков, 2005, Анфилогов и др., 2005]. Зависимость вязкости от концентрации оксидов щелочных металлов подобна таковой для воды, записанной в виде (10). Отражают эти константы степень деполимеризации силикатного расплава, вызванную добавлением этих оксидов или растворением воды. При характерных для магматических очагов температурах, при быстром процессе декомпрессии расплава происходят процессы, связанные с выделением из расплава флюида. Химически растворенная вода, как и множество деполимизирующих магматический расплав компонентов, отделяется не мгновенно и вероятно занимает время большее, чем время, соответствующее скорости прохождения звуковой волны в единице объема. По всей видимости, уравнение (10) отслеживает изменения вязкости, протекающие не быстрее, чем происходит переход химически растворенной воды в молекулярно-растворенную.

Общий вид уравнения Рэлея-Ламба, которому подчиняется рост пузырька в жидкости приведен в [Нигматулин, 1987] в виде:

$$(1 - \varphi^{(1)}) \rho_l^0 a \frac{d_g w_g}{dt} = p_g - p_\infty - \frac{2\sigma}{a} + \frac{4\mu_l}{a} w_g - (1 - \varphi^{(2)}) \rho_l^0 \frac{3w_g^2}{2} ,$$
 (11)

где полная производная по времени записывается с учетом скорости дисперсной фазы, с последующим интегрированием

$$\frac{d_g a}{dt} = w_g \ . \eqno(12)$$
 Здесь w_g — скорость роста пузырька, $p_g = \rho_l^0 R T_g$ — давление газа в пузырьке,

Здесь W_g — скорость роста пузырька, $p_g = \rho_l^0 R T_g$ — давление газа в пузырьке, ρ_l^0 — истинная плотность газа в пузырьке, P_∞ — давление жидкости вокруг пузырька, значение коэффициента поверхностного натяжения σ известно из экспериментальных данных и может быть принято в диапазоне σ =0.32÷0.36 H/м для магм различных составов. Температура газа в пузырьке T_g может быть принята равной температуре расплава или определяться из дополнительного уравнения. Поправочные коэффициенты $\varphi^{(1)}$, $\varphi^{(2)}$, отражающие упорядоченность пузырьков в жидкости, могут быть приняты в виде:

$$\varphi^{(1)} \approx \frac{1.1\alpha_g^{1/3} - \alpha_g}{\alpha_I}, \varphi^{(2)} \approx \frac{1.5\alpha_g^{1/3} - 1.3\alpha_g}{\alpha_I}.$$
(13)

Для анализа влияния скорости деформации в магматических расплавах привлечем результаты экспериментальных исследований этого вопроса [Жариков, 2005, Лебедев, Хитаров, 1979]. В этих работах указывается, что при значительных скоростях деформации расплав проявляет поведение более близкое к твердому состоянию, то есть на быстрые деформации расплав реагирует как твердое тело. Относительно медленные деформации вызывают течение расплава как жидкости.

Справедливость этого вывода зависит от реологических свойств магматического расплава, которые существенно меняются в зависимости от температуры и

химического состава. Так, основные (базальтовые) расплавы более близки по своим свойствам к жидкости и быстрое падение давления может вызвать образование пузырьков, но в наблюдаемых на поверхности базальтовых расплавах очень мало воды и пузырьки не образуются. В кислых магматических расплавах наблюдается гораздо большее количество растворенной воды, способной образовывать пузырьки, но на быстрые изменения давления такие расплавы реагируют как твердое тело, в результате чего возможен только медленный рост пузырьков.

В уравнении (11) могут быть опущены как незначительные слагаемое в левой части и последнее слагаемое справа, а радиус пузырька при его медленном росте в реологически сложной среде определяется из баланса сил в правой части уравнения (11):

$$\frac{d_g a}{dt} = \frac{a}{4\mu_l} \left(p_g - p_\infty - \frac{2\sigma}{a} \right),\tag{14}$$

с начальным условием $a(t=0)=a_0$. Сравнение численных расчетов выполненных как с помощью уравнения (11), так и с помощью (14) показывает для вязких магматических расплавов и пузырьков рассматриваемого размера незначительные различия.

Для расчета роста парового пузырька необходимо учитывать массу пара поступающего из расплава, которая вычисляется из уравнения неразрывности, с учетом потока массы диффундирующей из расплава в пузырек:

$$\frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \nabla \left(\rho_g \vec{v} \right) = \frac{3\alpha_g}{a} D \rho_l \left(\frac{\partial c}{\partial r} \right)_{r=a} - \Phi_c . \tag{15}$$

Величина Φ_c в правой части этого уравнения фигурирует в (6). Величина градиента $(\partial c / \partial r)_{r=a}$ может быть оценена с помощью квазистационарного решения уравнения диффузии растворенного газа в сферический пузырек:

$$\left(\frac{\partial c}{\partial r}\right)_{r=a} \approx \frac{c - c_H}{a} \,, \tag{16}$$

где принимается закон Генри для растворимости воды в зависимости от давления $c_H = K_H p^{1/2}$, экспериментальные постоянные для воды имеют значения $K_H = 4.33 \cdot 10^{-6} \, \mathrm{\Pi a}^{-1/2}$. Из (16) видно, что при быстрой декомпрессии величина градиента в правой части (16) поддерживается положительной, что обеспечивает пересыщения растворенных летучих в расплаве, необходимые для роста пузырьков. Есть несколько замечаний относительно выражения (16).

Экспериментальные исследования показывают, что вода химически взаимодействует с расплавом, и при невысоких её концентрациях (менее 3%) в молекулярном виде она может отсутствовать в расплаве. Отмечается, что механизм растворения первых процентов воды в расплаве является химическим растворением, связанным с диссоциацией воды по реакции $H_2O \rightarrow OH^{-1} + H^{+1}$, сопровождающейся разрывом мостиковых связей алюмосиликатного каркаса и деполимеризацией расплава для кислых магматических расплавов, либо его полимеризацией для основных расплавов.

Дальнейшее увеличение количества воды в магмах приводит к появлению в расплаве молекулярно-растворенной воды. Зачастую, эта часть воды существует в расплаве в виде гидратных (сольватных) комплексов, образующихся в результате расслоения расплава. Отмечается, что с увеличением температуры возрастает роль

химически растворенной воды. Обе формы растворенной воды существуют в расплаве одновременно и с ростом общего количества воды возрастает количество молекулярно-растворенной воды. В [Анфилогов и др., 2005] приводится обобщенный график содержания двух форм воды в зависимости от общего содержания воды. Отмечается возможность перехода химически растворенной воды в молекулярно-растворенную при уменьшении температуры. В отсутствии молекулярно-растворенной воды в расплаве процесс роста и образования паровых пузырьков, содержащих молекулярную воду, замедляется не менее чем на время процесса указанного перехода.

Для разных геодинамических обстановок минимальное остаточное содержание воды в расплаве c_{min} может быть оценено в 0,5-1,5%. Также можно привлечь результаты изучения разных форм воды в кислых вулканических стеклах перлитах и абсидианах, где количество вулканической воды, содержащейся в виде гидроксилов, оценивается в 1-2%.

Из экспериментальных данных можно сделать вывод, что воды в магматическом расплаве вулканического очага расположенного на глубине 4-5 км может содержаться по закону Генри около 4% (для кислых расплавов), из которых около 3% приходится на химически растворенную воду и только 1% остается молекулярнорастворенной воде. Еще часть молекулярно-растворенной воды может появиться спустя некоторое время в процессе перехода химически растворенной воды при наличии соответствующих условий.

Вероятно, что химически растворенная вода не участвует в быстропротекающих процессах роста пузырьков, связанных с декомпрессией магматического очага. Тогда существующие в магматических расплавах пересыщения растворенной воды, которые предсказываются законом Генри, при быстропротекающих процессах завышены. Такая ситуация позволяет использовать уравнение (15) только как верхнюю оценку процессов диффузии, оправданную при длительных и медленных процессах подъема магматического расплава по питающим каналам, когда скорость перехода химически растворенной воды в молекулярную форму не играет существенной роли.

Поскольку вся химически растворенная вода не превращается в молекулярнорастворенную, то пресыщения в виде (16) представляются завышенными и должны выражаться в виде: $(\partial c/\partial r)_{r=a} \approx (c-c_H-c_{min})/a$, где c_{min} – минимальное остаточное содержание химически растворенной воды в расплаве.

В работе [Кедринский и др., 2006] рассматривается гомогенная нуклеация паровых пузырьков. При существенных пересыщениях летучих в расплаве возрастает вероятность флуктуационного механизма образования пузырька, однако в функцию распределения пузырьков по размерам (называемой частотой нуклеации) необходимо внести уточнения связанные с сопротивлением реологически сложной среды, увеличивающимся с ростом размера образующегося пузырька. Ведь чем больше радиус образующегося пузырька, тем большую скорость деформации испытывает вмещающая жидкость в момент его возникновения. При значительной зависимости вязкости от скорости деформации практически все возникающие пузырьки будут иметь размер близкий к минимально возможному. В экспериментальной части работы [Lyakhovskyetal., 1996] также описываются паровые пузырьки, приблизительно одного размера, заполняющие пемзовую массу вулканического стекла.

Для вывода о размерах пузырьков паровой фазы есть еще одно основание, связанное с экспериментальными данными по структурным позициям воды в сили-

катных расплавах. Молекулярная вода, входящая в расплав в виде сольватных комплексов, являющихся результатом расслоения этих жидкостей, представляет собой фактически микроскопический зародыш пузырька, что избавляет от необходимости привлекать флуктуационную природу нуклеации пузырьков. Можно опереться на экспериментальные данные из [Экспериментальная минералогия..., 2004], где показано, что сольватный водосодержащий комплекс в расплаве может содержать порядка 3000 молекул воды. Это вполне макроскопическое включение.

В этой связи величина $a_0=10^{-5}$ м используемая в качестве начального условия в (14) крайне завышена и характеризует собой уже значительных размеров макроскопический пузырек. Более правдоподобны меньшие значения $a_0 \sim 10^{-7} \div 10^{-6}$ м, точнее отражающие экспериментальные наблюдения расслоения молекулярной воды и расплава. Однако далее в расчетах используется значение $a_0=10^{-5}$ м, поскольку с таким завышенным начальным радиусом пузырьков кипение расплава достигается быстрее, что точно не уменьшает роли процессов кипения в процессе раскрытия трещины.

Граничные и начальные условия, необходимые для решения задачи (1-16) указаны при описании расчетной области.

Описанная математическая модель кипения магматического расплава (1–16), в силу использованных предположений, является верхней оценкой интенсивности процессов кипения магматического расплава в модельной трещине. Это предположения о реологии магматического расплава как вязкой жидкости, о содержании всей растворенной воде в молекулярном виде, а также завышенные значения начальных размеров пузырьков дисперсной фазы. Учет более реальных значений для этих параметров изменит полученные результаты в сторону уменьшения влияния процессов кипения.

Вычислительная модель

Для поиска ответа на вопрос, возможно ли извержение вулкана, инициируемое мгновенным падением давления вблизи кровли магматического очага вследствие образования трещины, принималось модельное представление такой ситуации. В этом модельном представлении предполагалось, что вблизи кровли магматического очага возникает полость некоторого объема V_p , давление в которой близко к нулю. Эта полость моделирует образовавшуюся трещину. В численных экспериментах изучались конечные длины трещин, которые раскрываются под действием расклинивающего давления кипящего расплава.

Критерием раскрытия трещины выбиралось достижение критического значения давления в вершине трещины, при этом не учитывалось влияние тектонических напряжений во вмещающей породе, разных в различных геодинамических обстановках. Такой критерий используется для прогнозирования роста трещин в работах [Морозов, 1984; Lister, 1990; Khazan, Fialko, 1995]. В начальный момент расчета предполагалось, что трещина заполнена парами газовой фазы под атмосферным давлением, которое в 1500 раз меньше литостатического давления вблизи кровли очага.

Использовался метод конечных объемов, реализованный в библиотеках пакета OpenFOAM [URL: www. openfoam. com]. В качестве магматического очага рассматривается осесимметричная область, представленная цилиндрическим сегментом с 5 градусным раствором, схематически представленная на рис 2. В па-

кете OpenFOAM для расчета осесимметричных задач используются специальные граничные условия, которые задаются на плоскостях 0-1-2-3-4-5-6 и 0-10-8-9-4-7-6 (номера соответствуют номерам точек на рисунке 2) и называются «wedge». Ось симметрии проходит через точки 0-4-6.

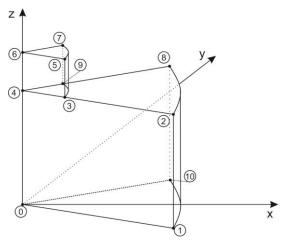


Рис. 2. Схематическое трехмерное представление сегмента расчетной области в цилиндрически симметричном случае. Нижняя часть соответствует магматическому очагу, верхняя – трещине.

Расчетная область разбивалась на два участка, соприкасающихся между собой в горизонтальной плоскости (это плоскость 4-3-9 на рисунке 2). Нижний участок имел радиус $H = 250\,\mathrm{m}$, что соответствует магматическому очагу диаметром в 500 м, сверху от которого находится осесимметричная область моделирующая трещину, радиусом $h = 10\,\mathrm{m}$. Обе цилиндрические области имеют общую ось. Вертикальный размер области очага равнялся $500\,\mathrm{m}$, начальный вертикальный размер трещины равнялся $h_g = 10\,\mathrm{m}$.

Для верхней части расчетной области, сегмент 4-3-9-6-5-7 на рисунке 2 сопоставляемый с трещиной, применялась динамически изменяемая геометрия. При выполнении критерия растрескивания, то есть при превышении давления в вершине трещины над критическим, расчетные ячейки растягивались по вертикали с задаваемой скоростью v_c , являющейся параметром модели. Для этого использовалась библиотека динамических сеток, позволяющая во время расчета изменять геометрию расчетной области. Применялось растягивание по вертикали объема, моделирующего трещину. При этом не добавлялись новые точки, а только увеличивался вертикальный шаг между имеющимися точками. Нижняя плоскость трещины при растягивании оставалась неподвижной, а значения всех вычисляемых величин пересчитывались со старой сетки в увеличенную новую сетку. По этой причине в момент начала расчета в этой области бралось 50 точек, что представляется достаточным для удлинения трещины на расстояние порядка километра.

Величина скорости раскрытия трещины v_c выбиралась равной 60% от скорости звука во вмещающей породе. Значение этой скорости мало влияет на результаты расчетов. Расстояние, на которое удлинялся верхний объем расчетной области, моделирующий трещину, вычислялось из произведения $v_c h_t$, где h_t — шаг по времени.

Граничные условия принимались следующие: На передней 0-1-2-3-4-5-6 и задней 0-10-8-9-4-6-7 границах и на оси симметрии 0-4-6 ставились условия симме-

трии, на боковых границах 1-2-8-10, 3-5-7-9, 2-3-9-8, 5-6-7 условие непротекания $\vec{v}=0$ и равенство нулю градиента давления $\partial p/\partial n$ в направлении вектора нормали \vec{n} к соответствующей поверхности. В плоскости 0-1-10, соответствующей наиболее глубоким слоям магматического очага, использовались условия $\partial p/\partial n=0$, $\partial \vec{v}/\partial n=0$ к ее нормали.

Количество использованных точек расчетной области составляло 60 по горизонтали и 50 по вертикали в нижней области, ассоциируемой с магматическим очагом, и 10 по горизонтали и 50 по вертикали в верхней области (область трещины).

Начальным условием для давления задавалось гидростатическое распределение, также задавалась плотность расплава, значения компонент скорости движения принимались равными нулю, концентрация растворенных летучих задавалась величиной $c(t=0) = c_0 = K_H p_K^{1/2}$, где p_K — давление в верхней части магматического очага.

Граничное условие для давления на нижней границе магматического очага не задавалось определенным значением (то есть не поддерживалось равным давлению в нижележащей питающей системе), а принимался равный нулю градиент давления. Давление там не опускалось существенно ниже литостатического значения равного весу вышележащей горной породы. Моделировался изолированный магматический очаг, не связанный значением давления с нижележащей питающей системой. В тоже время жидкость могла свободно проникать через нижнюю границу, благодаря равенству нулю градиента скорости на этой границе.

Граничным условием для давления в вершине трещины (на самой верхней плоскости расчетной области 5-6-7 на рисунке 2) ставилось условие равенства нулю градиента давления. Для выяснения выполнения условия растрескивания вблизи носика трещины выделялся объем трещины соответствующий 20% ее длины, где давление усреднялось и полученное значение использовалось для выяснения условия удлинения расчетной области.

Результаты расчетов

В расчетах моделировались раскрытие трещины под действием расклинивающего давления дегазирующегося магматического расплава. Вязкость, плотность и другие параметры магматического расплава выбирались соответствующими реолитовому составу.

В случае выполнения критерия раскрытия последовательность удлинений трещины моделирует процесс ее раскрытия. При этом скорость раскрытия трещины в результате серии последовательных удлинений зачастую оказывается меньше величины v_c . Это связано с тем, что после удлинения трещины давление в ней падает, и давление в ее вершине возрастает до достижения значения необходимого для дальнейшего раскрытия в течение нескольких временных шагов.

Первоначально проводился тестовый расчет в равновесном случае, когда в качестве начального условия принималось, что трещина заполнена магматическим расплавом и давление по высоте трещины является литостатическим. В этом расчете скорости движения расплава равны нулю, распределение радиусов пузырьков по высоте камеры является неравномерным: вверху они имеют несколько больший размер, внизу несколько меньший, максимальная разница незначительна. Стационарное распределение пузырьков устанавливается за несколько десятков секунд

физического времени. Этот расчет являлся начальным условием для остальных вариантов расчета.

Второй вариант расчета, выполненный для тестирования (вариант 2), соответствует случаю, когда давление в верхней части магматического очага в начальный момент времени задается превышающим величину критического напряжения необходимого для раскрытия трещины. При этом вся область трещины заполнена магматическим расплавом. Расчет проводился до установления, когда скорости движения расплава перестают зависеть от времени. В результате получено, что после некоторого удлинения трещины в начале расчета растрескивание останавливается и постепенно устанавливается новое равновесное стационарное состояние. Это новое состояние соответствует новой длине трещины, новому литостатическому распределению давления в очаге. Рост пузырьков не значителен и показывает малые вариации их радиуса как внутри очага, так и внутри трещины. Объемное содержание газовой фазы не превышает 70% в течение всего расчета.

Этот вариант расчета проводился 16,85 сек физического времени численного решения системы уравнений (1–16). Раскрытие трещины прекратилось через 1,4 сек после начала расчета, в течение которых произошло около 20-ти актов удлинения трещины. Длина образовавшейся трещины составила 38,77 м. Эта высота добавилась к первоначальной длине 10 м трещины. Начальное превышение давления составило 1 МПа над значением критерия растрескивания. Выбирались несколько заниженные значения для условия растрескивания, чтобы приблизится к условиям сейсмического воздействия на трещину.

Максимальная скорость раскрытия трещины достигается приблизительно на 0,35 секунде расчета и составляет 68 м/с. Вариации давления при раскрытии трещины генерируют волны разрядки, проходящие через объем трещины и сквозь магматическую камеру, которые уменьшаясь по амплитуде и многократно отражаясь от стенок расчетной области, наблюдаются до конца расчета. Внутри магматического очага прохождение слабой волны разрядки со скоростью звука не сказывается на размере пузырьков.

Окончательные расчеты были выполнены несколько раз при разных критериях раскрытия трещины. В них моделировался случай, когда в начальный момент в области трещины (на рисунке 2 соответствует области 4-3-9-6-5-7) задается только газовая фаза с давлением равным атмосферному давлению. Остальные характеристики выбирались из тестового варианта.

Расчет проводился 22 сек времени численного решения системы (1–16). Удлинение трещины прекратилось за 1,35 сек, за это время произошло около 20-ти актов удлинения. Длина образовавшейся трещины составила 41,92 м. Эта высота добавилась к первоначальной длине трещины. Результаты этих расчетов не многим отличаются от второго тестового расчета. Можно отметить следующие различия. В начальные моменты времени внутри магматического очага на входе в пустую трещину наблюдалось интенсивное течение, и расплав на верхней границе этого течения довольно быстро закипает (за десятые доли секунды). Условие фрагментации расплава, при котором объемное содержание паровой фазы превышает 70% от объема двухфазной жидкости, соблюдается только в течение первых 1,35 сек расчета, пока трещина удлиняется. По истечении этого времени в заполняющем внутреннюю полость трещины расплаве начинает уменьшаться объемное содержание газа. За несколько секунд размеры пузырьков внутри трещины уменьшаются так,

что $\alpha_g < 0.01$. Это означает, что кипение расплава прекращается. Для дальнейшего интенсивного кипения необходимым условием является низкое окружающее давление, а при выравнивании давления в трещине до его литостатического распределения рост пузырьков прекращается. Само распределение размеров пузырьков соответствует полученному в первом варианте расчета за некоторым отличием внутри трещины.

В этом расчетном варианте более отчетливо просматривается минимум объемного содержания, который своей формой как-бы запоминает положение вихревого течения в начальные моменты раскрытия трещины. Это цилиндрически симметричное течение формой напоминает бублик. Само вихревое течение ослабевает и поднимается выше к носику трещины, где сохраняется до конца расчета (до 22-й секунды). Похожее более слабое вихревое течение имеется также на входе в трещину внутри магматического очага также сохраняющееся до 22-й секунды расчета, значительно ослабевшее относительно величин скорости в начальные моменты раскрытия трещины (первые 7 сек расчета). Объемное содержание газовой фазы незначительно выше в области магматического очага вблизи основания трещины и внутри нее, чем во всем объеме магматического очага, что сохраняется до конца расчета.

Пульсации давления при раскрытии трещины частые в начале раскрытия и более редкие к окончанию раскрытия трещины генерируют волны разрядки, которые распространяются через объем трещины и сквозь магматическую камеру. Эти волны, многократно отражаясь от стенок расчетной области, наблюдаются до конца расчета. Внутри магматического очага прохождение слабой волны разрядки со скоростью звука не сказывается на размере пузырьков.

Выводы

В результате проведенных расчетов можно сделать вывод, что если возникшая в кровле магматического очага трещина не имеет связи с дневной поверхностью и в ней не поддерживается атмосферное давление, то процесс удлинения такой трещины прекращается на некотором расстоянии от кровли. Значительного раскрытия трещины посредством механизма кипения кислого водонасыщенного магматического расплава не происходит. Одномоментного падения давления за счет образовавшейся трещины не достаточно, чтобы инициировать извержение вулкана.

Литература

- 1. Анфилогов В. Н., Быков В. Н., Осипов А. А. Силикатные расплавы. М.: Наука, $2005.-357~\rm c.$
- 2. Жариков В. А. Основы физической геохимии / Серия Классический университетский учебник. Изд. 2, испр. и доп. M. 2005. 654 с.
- 3. Кедринский В.К., Давыдов М.Н., Чернов А.А., Такаяма К. Начальная стадия взрывного извержения вулканов: динамика состояния магмы в волнах разгрузки. // Доклады Академии наук, механика. -2006. Т. 407. № 2. С. 190-193.
- 4. Лебедев Е.Б., Хитаров Н.И. Физические свойства магматических расплавов. М.: Наука, 1979. 200 с.
 - 5. Морозов Н. Ф. Математические вопросы теории трещин. М.: Наука, 1984. 256 с.
 - 6. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. М.:Наука, 1987.
- 7. Новейший и современный вулканизм на территории России / Отв. ред. Н. П. Лаверов; Ин-т физики Земли им. О. Ю. Шмидта. М.: Наука, 2005. 604 с.

- 8. Ритман А. Вулканы и их деятельность. М.: МИР, 1964. 304 с.
- 9. Федотов С. А. Магматические питающие системы и механизм извержений вулканов / Институт вулканологии и сейсмологии ДВО РАН. М.: Наука, 2006. 455 с.
- 10. Экспериментальная минералогия: некоторые итоги на рубеже столетий: в 2-х т. М.: Наука, 2004. Т. 1-2004, 379 с., т. 2-2004, 343 с.
- 11. Bagdassarov N., Dingwell D. Thermal properties of vesicular rhiolite // J. Volcanol. Geotherm. Res. 1994. V. 60. Pp. 179-191.
- 12. Gonnermann H. M., Manga M. The Fluid Mechanics Inside a Volcano // Annu. Rev. Fluid Mech. 2007. V. 39. Pp. 321-356.
- 13. Lister J. R. Buoyancy-driven fluid fracture: the effects of material toughness and of low-viscosity precursors // J. Fluid Mech. 1990. V. 217. Pp. 213-239.
- 14. Lyakhovsky V., Hurwitz S., Navon O. Bubble growth in rhyolitic melts: experimental and numerical investigation // Bull Volcanol. 1996. V. 58. 19-32.
- 15. Khazan Y. M., Fialko Y. A. Fracture criteria at the tip of fluid-driven cracks in the earth // Geoph. Research Letters. September 15, 1995. Vol. 22. No 18. Pp. 2541-2544.
 - 16. OpenFOAM website. Режим доступа: https://www. openfoam. com/, свободный.

DOI: 10.23671/VNC.2018.2.14356

MATHEMATICAL MODEL FOR INVESTIGATE THE POSSIBILITY OF A VOLCANOS ERUPTION DUE TO THE FORMATION OF A CRACK IN THE ROOF OF THE MAGMA CHAMBER

© 2018 A. A. Radionoff, Sc. Candidate (Tech.)

Southern Mathematical Institute of Vladikavkaz Scientific Centre of Russian Academy of Sciences (SMI VSC RAS), Russia, 362025, RNO-Alania, Vladikavkaz, Vatutina Str., 53, e-mail: aar200772@mail. ru

The mathematical model is used for the case when a crack appears in the roof of the magma chamber inside a volcano, the pressure in which initially is zero. The pressure drop in the magmatic chamber leads to an increase in the size of the bubbles in the magma and an increase the volume of the magmatic melt. It is shown that the opening of the crack stops at distances much less than the depth of the location of the magma chambersroof.

Keywords: mathematical model, crack opening, volcanic eruption, magmatic chamber.

References

- 1. Anfilogov V.N., Bykov V.N., Osipov A.A. Silikatnye rasplavy. M.: Nauka, 2005. 357 s.
- 2. Zharikov V.A. Osnovy fizicheskoj geohimii / Serija Klassicheskij universitetskij uchebnik. Izd. 2, ispr. I dop. M. 2005. 654 s.
- 3. Kedrinskij V.K., Davydov M.N., Chernov A.A., Takajama K. Nachal'naja stadija vzryvnogo izverzhenija vulkanov: dinamika sostojanija magmy v volnah razgruzki. // Doklady Akademii nauk, mehanika. − 2006. − T. 407. № 2. − S. 190-193.

- 4. Lebedev E. B., Hitarov N. I. Fizicheskie svojstva magmaticheskih rasplavov. M.: Nauka, 1979. 200 s.
 - 5. Morozov N. F. Matematicheskie voprosy teorii treshhin. M.: Nauka, 1984. 256 s.
 - 6. Nigmatulin R. I. Dinamika mnogofaznyh sred. M.: Nauka, 1987.
- 7. Novejshij i sovremennyj vulkanizm na territorii Rossii / Otv. red. N. P. Laverov; In-t fiziki Zemliim. O. Ju. Shmidta. M.: Nauka, 2005. 604 s.
 - 8. Ritman A. Vulkany i ih dejatel'nost'. M.: MIR, 1964. 304 s.
- 9. Fedotov S.A. Magmaticheskie pitajushhie sistemy i mehanizm izverzhenij vulkanov / Institut vulkanologii i sejsmologii DVO RAN. M.: Nauka, 2006. 455 s.
- 10. Jeksperimental'naja mineralogija: nekotorye itogi na rubezhe stoletij: v 2-h t. M.: Nauka, 2004. T. 1-2004, 379 s., t. 2-2004, 343 s.
- 11. Bagdassarov N., Dingwell D. Thermal properties of vesicular rhiolite. // J. Volcanol. Geotherm. Res. 1994. V. 60. Pp. 179-191.
- 12. Gonnermann H. M., Manga M. The Fluid Mechanics Inside a Volcano // Annu. Rev. Fluid Mech. -2007. -V. 39. -Pp. 321-356.
- 13. Lister J. R. Buoyancy-driven fluid fracture: the effects of material toughness and of low-viscosity precursors // J. Fluid Mech. 1990. V. 217. Pp. 213-239.
- 14. Lyakhovsky V., Hurwitz S., Navon O. Bubble growth in rhyolitic melts: experimental and numerical investigation // Bull Volcanol. 1996. V. 58. 19-32.
- 15. Khazan Y. M., Fialko Y. A. Fracture criteria at the tip of fluid-driven cracks in the earth // Geoph. Research Letters. September 15, 1995. Vol. 22. No 18. Pp. 2541-2544.
 - 16. OpenFOAMwebsite. Rezhim dostupa: https://www.openfoam.com/, svobodnyj.