

УДК 517; 532

DOI: 10.46698/VNC.2025.68.22.002

Оригинальная статья

Математическое моделирование одного эффективного способа забора воды из определенного слоя двухслойного стратифицированного водоема

И.Д. Музаев^{1,2}, К.С. Харебов¹, Н.И. Музаев¹

¹ Геофизический институт Владикавказского научного центра РАН,
Россия, 362002, г. Владикавказ, ул. Маркова, 93а;

² Владикавказский филиал Финансового университета при правительстве Российской Федерации, Россия, 362002, г. Владикавказ, ул. Молодежная, 7,
e-mail: muzaevid@mail.ru

Статья поступила: 14.03.2025, доработана: 29.05.2025, принята к публикации: 03.06.2025

Резюме: Актуальность работы. В статье разработан новый эффективный способ селективного забора воды из определенного слоя двухслойного стратифицированного водоема. **Цель исследований.** Разработка нового эффективного способа селективного забора воды из определенного слоя двухслойного стратифицированного водоема. **Объект исследований.** Вода из слоев отводится двумя соосными трубами (труба в трубе). Наружная труба опущена в верхний слой. Внутренняя труба опущена в нижний слой. Прорезы труб находятся на одинаковом расстоянии от первоначального положения поверхности раздела слоев. Площадь поперечного сечения наружной трубы в два раза больше, чем площадь поперечного сечения внутренней трубы. **Метод исследования.** Составлена математическая модель селективного водозаборного процесса, когда вода достается через вышеуказанные две трубы. Модель представляет контактную начально-краевую задачу математической физики, составленную на базе теоретической гидромеханики в сочетании с методами источников и стоков. При заборе воды из определенного слоя общеизвестными способами по мере увеличения расхода (скорости) забираемой воды поверхность раздела сильно искривляется и поднимается либо опускается до проема водозаборной трубы, чем нарушается селективный водозаборный процесс. В результате аналитического решения начально-краевой задачи получена совокупность расчетных формул для уравнения искривленной поверхности раздела слоев. **Результаты исследования.** На базе полученной совокупности формул компьютерными вычислительными экспериментами доказано, что при синхронном заборе воды через обе трубы с одинаковыми расходами поверхность раздела не искривляется, сохраняя свое первоначальное горизонтальное положение при произвольных одинаковых значениях расхода забираемых вод. Таким образом, высокая эффективность разработанного в статье способа селективного забора воды становится доказанным утверждением. Способ позволяет забирать воду с высоким расходом из подходящего слоя для нужд водоснабжения.

Ключевые слова: стратифицированный водоем, критический расход, начально-краевая задача, метод источников и стоков, интегральное конечное интегральное преобразование Бесселя.

Для цитирования: Музаев И.Д., Харебов К.С., Музаев Н.И. Математическое моделирование одного эффективного способа забора воды из определенного слоя двухслойного стратифицированного водоема. *Геология и геофизика Юга России*. 2025. 15(2): 21-32. DOI: 10.46698/VNC.2025.68.22.002

DOI: 10.46698/VNC.2025.68.22.002

Original paper

Mathematical modeling of one effective method of water intake from a certain layer of a two-layered stratified reservoir

I.D. Muzaev^{1,2}, K.S. Kharebov¹, N.I. Muzaev¹

¹ Geophysical Institute, Vladikavkaz Scientific Centre, Russian Academy of Sciences, 93a Markova Str., Vladikavkaz 362002, Russian Federation;

² Vladikavkaz branch of the Financial University under the Government of the Russian Federation, 7 Molodezhnaya Str., Vladikavkaz 362002, Russian Federation, e-mail: muzaevd@mail.ru

Received: 14.03.2025, revised: 29.05.2025, accepted: 03.06.2025

Abstract: Relevance. The article develops a new effective method of selective water intake from a specific layer of a two-layered stratified reservoir. **Aim.** Development of a new effective method for selective water intake from a specific layer of a two-layer stratified reservoir. **The object of research.** The water from the layers is supplied by two coaxial pipes (pipe within a pipe). The outer pipe is lowered in the upper layer. The inner tube is lowered in the lower layer. The openings of the pipes are located at the same distance from the initial position of the interface of the layers. The cross-sectional area of the outer pipe is twice as large as the cross-sectional area of the inner pipe. **Methods.** A mathematical model of the selective water intake process has been compiled, when water is supplied through the above two pipes. The model is an initial boundary value problem of mathematical physics based on theoretical hydromechanics combined with the methods of sources and sinks. When water is drawn from a certain layer by well-known methods, as the flow rate (velocity) of the water being drawn increases, the interface strongly bends and rises or falls to the opening of the intake pipe, which disrupts the selective intake process. As a result of the analytical solution of the initial boundary value problem, a set of computational formulas for the equation of the curved interface of the layers is obtained. **Results.** Based on the obtained set of formulas, computer computational experiments have proved the statement that with synchronous water intake through both pipes with the same flow rates, the interface surface does not bend, retaining its original horizontal position with arbitrary identical flow rates of the collected waters. Thus, the high efficiency of the selective water intake method developed in the article becomes a proven statement. The method enables high-flow water withdrawal from a suitable layer for water supply needs.

Keywords: stratified reservoir, critical flow, initial boundary value problem, method of sources and sinks, integral finite integral Bessel transformation.

For citation: Muzaev I.D., Kharebov K.S., Muzaev N.I. Mathematical modeling of one effective method of water intake from a certain layer of a two-layered stratified reservoir. *Geologiya i Geofizika Yuga Rossii = Geology and Geophysics of Russian South*. (in Russ.). 2025. 15(2): 21-32. DOI: 10.46698/VNC.2025.68.22.002

Введение

Водоем, в котором вода по глубине состоит из нескольких слоев, отличающихся плотностью, мутностью, температурой либо химико-биологическим составом называется слоисто стратифицированным водоемом. Водозаборный процесс, когда вода из такого водоема забирается из определенного слоя, причем исключено по-

ступление воды в водозаборный проем из другого слоя, называется селективным водозаборным процессом. Если вода забирается из верхнего слоя двухслойного стратифицированного водоема и возмущенная поверхность раздела слоев достигает проема водозаборной трубы, то такое положение называется нижним критическим положением поверхности раздела слоев, при этом числовое значение расхода (скорости) забираемой воды называется критическим [Аверкиев и др., 1969; Музаев и др., 2020]. Аналогично вышесказанному, если вода забирается из нижнего слоя и при определенном значении расхода (скорости) забираемой воды поверхность раздела опускается до проема водозаборной трубы, то такое положение называется верхним критическим положением. Соответственно, числовое значение расхода (скорости) называется критическим значением расхода (скорости). Отсюда следует, что если в результате искривления поверхность раздела слоев принимает критическое положение, то этим нарушается селективный водозаборный процесс в определенном слое стратифицированного водоема.

Применение селективного способа забора воды из стратифицированного водоема часто бывает целесообразным [Музаев и др., 2020]. Например, для охлаждения конденсаторов турбин тепловых и атомных электростанций и отвода от них излишнего тепла в летнее время требуется подавать к ним воду из глубинных слоев стратифицированного водоема источника водоснабжения, где вода бывает холоднее на 8° – 10° по сравнению с температурой поверхностного слоя. При этом надо исключить возможность затекания воды в проем водозаборной трубы из верхнего теплого слоя. В случае сильного загрязнения нижнего слоя либо верхнего слоя необходимо забирать воду из такого слоя, где вода более чистая. При этом надо применять мероприятия так, чтобы вода из загрязненного слоя не затекала в водозаборный проем, что важно для сохранения экологического баланса и биологического разнообразия территорий [Губанов, 2022].

Краткий математический анализ развития методов расчета селективных водозаборных процессов, когда вода забирается из внутреннего пространства водоема

В специальных справочных литературных источниках, а также в приложении к строительным нормам и правилам [Заалишвили и др., 2024; Справочник ..., 1977] представлены полуэмпирические формулы, рекомендуемые для гидравлических расчетов и проектирования селективных водозаборных устройств. Для схемы водозабора, когда необходимо забирать воду трубой из внутреннего пространства верхнего осветленного слоя двухслойного водоема (рис. 1) рекомендуется руководствоваться эмпирической формулой И.Давидиана-И.Гловера [Аверкиев и др., 1969; Справочник ..., 1977; Сгауа, 1949; Методические ..., 2003; Музаев, 2024], которая имеет следующий вид:

$$Q_k = 1,42\pi \sqrt{gd \left(\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1} \right)} \cdot Z_0^2, \quad (1)$$

где приняты следующие обозначения: Q_k – критическое значение расхода забираемой воды, d – диаметр водозаборной трубы, Z_0 – расстояние от первоначально горизонтальной плоскости раздела слоев воды до геометрического центра проема водозаборной трубы, ρ_1 и ρ_2 – плотности воды в верхнем и нижнем слоях соответственно, g – ускорение силы тяжести.

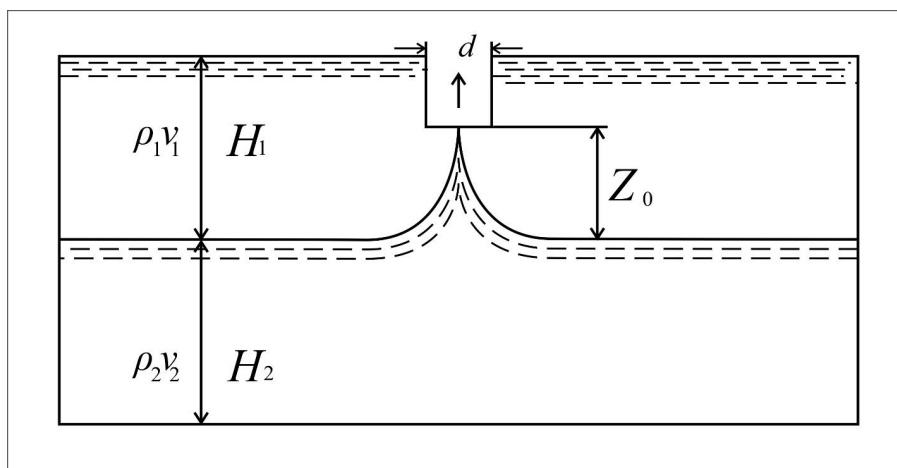


Рис. 1. Схема водозабора из верхнего осветленного слоя /

Fig. 1. Scheme of water intake from the upper clarified layer

Для схемы водозабора, когда вода забирается из нижнего слоя трубой подведенной через дно водоема (рис. 2), рекомендуется руководствоваться эмпирической формулой В.Харлемана [Harleman, Stolzenbach, 1972], которая имеет следующий вид:

$$Q_k = 0,51\pi \sqrt{\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1}} g H_2 \cdot Z_0^2, \quad (2)$$

где H_2 – толщина нижнего слоя воды, остальные обозначения разъяснены в формуле (1).

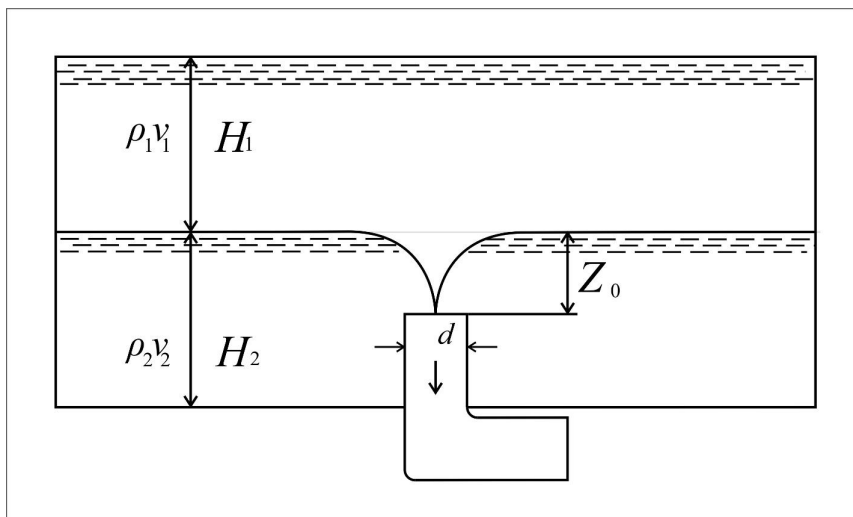


Рис. 2. Схема водозабора из нижнего слоя трубой подведенной через дно водоема /

Fig. 2. Scheme of water intake from the lower layer by a pipe connected through the bottom of the reservoir

В этих эмпирических формулах полностью отсутствуют толщины слоев воды и габаритные размеры водоема. Формула (2) применима только тогда, когда водозаборная труба подведена заподлицо с дном водоема. Из-за упомянутых недостатков расчет и проектирование на основе этих эмпирических формул в некоторых случаях могут не гарантировать селективность и рентабельность водозаборного устройства.

В данной статье разработан новый эффективный способ забора воды трубами из внутреннего пространства определенного слоя. При этом расход забираемой воды может быть в разы больше, чем критический расход. Способ основан на одновременном синхронном заборе воды из верхнего и нижнего слоев. Вода из верхнего слоя забирается трубой, опущенной через свободную поверхность водоема. Из нижнего слоя вода забирается другой трубой, проведенной вдоль центральной оси первой трубы, (т.е. – труба в трубе) подведенной к нижнему слою. Проемы труб находятся на одинаковом расстоянии от первоначального горизонтального положения плоскости раздела слоев. Ниже теоретически строго доказано утверждение о том, что при синхронном заборе воды через трубы с одинаковыми расходами поверхность раздела слоев не искривляется и практически сохраняет свое первоначальное горизонтальное положение. Этот гидродинамический эффект позволяет селективно забирать воду как из нижнего слоя, так и из верхнего слоя с повышением расхода в разы.

Постановка контактной начально-краевой задачи,
моделирующей селективный водозаборный процесс, когда
вода забирается вышепредставленным новым способом

Полагается, что в цилиндрической системе координат (r, z) , часть пространства, ограниченная условиями $0 < r < R$; $H_2 < z < H_1$ занята двухслойным стратифицированным водоемом с толщинами H_1 и H_2 верхнего и нижнего слоев соответственно, R – круговая протяженность водоема схематизированного в виде цилиндра радиуса R и высотой $H_1 + H_2$. Вода из верхнего слоя забирается через проем между наружной и внутренней соосными трубами. Из нижнего слоя вода забирается внутренней трубой. На рисунке 3 представлена расчетная схема поставленной начально-краевой задачи.

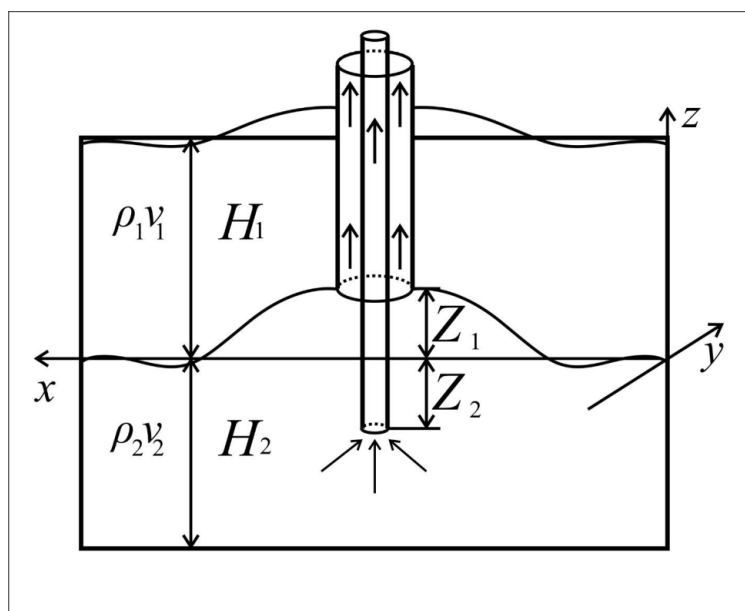


Рис. 3. Расчетная схема поставленной начально-краевой задачи /

Fig. 3. Calculation scheme of the initial boundary value problem

На рисунке 3 $(0, z_0)$ – координаты центра проема наружной трубы, $(0, -z_0)$ – координаты центра проема внутренней трубы. Через r_1 и r_2 обозначены плотности верхнего и нижнего слоев воды соответственно. Движение воды в слоях считается

безвихревым с учетом образования поверхностных и внутренних гравитационных волн [Karplus, 1956; Басниев и др., 1993; Маскет, 1953].

Используется гидродинамическая теория поверхностных и внутренних гравитационных волн [Шокин и др., 2015; Сретенский, 1977; Штеренлихт, 2004; Гавич, 1988; Чарный, 1968; Гинзбург, 1970; Белолипецкий и др., 1991] и метод источников и стоков [Garabedian, 1956].

Движение воды в слоях наиболее адекватно моделируется следующей начально-краевой задачей математической физики [Вазов, Форсайт, 1963; Музаев, Созанов, 1995; Корн, Корн, 1977; Кошляков и др., 1970; Ламб, 1947; Harleman, Stolzenbach, 1972; Букреев, 2010; Заалишвили, Музаев, 2023]:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \varphi_1}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial z^2} &= - \frac{q_1 f_1(r) Z_1(z)}{2\pi r_1 \varepsilon^2}, \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \varphi_2}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial z^2} &= - \frac{q_2 f_2(r) Z_2(z)}{2\pi r_2 \varepsilon^2}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\varphi_1 = \varphi_2 = 0, \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} = \frac{\partial \varphi_2}{\partial t} = 0, \text{ при } t = 0; \quad (4)$$

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial r} = \frac{\partial \varphi_2}{\partial r} = 0, \text{ при } r = 0 \text{ и } r = R. \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi_1}{\partial z} &= 0, \text{ при } z = H_1; \frac{\partial \varphi_1}{\partial z} = \frac{\partial \varphi_2}{\partial z}, \text{ при } z = 0; \frac{\partial \varphi_2}{\partial z} = 0, \text{ при } z = -H_2 \\ \rho_1 \left(\frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2} + g \frac{\partial \varphi_1}{\partial z} \right) &= \rho_2 \left(\frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial t^2} + g \frac{\partial \varphi_2}{\partial z} \right), \text{ при } z = 0, \end{aligned}$$

где приняты следующие обозначения и предположения: t – время; q_1 – расход воды, забираемый наружной трубой из верхнего слоя; r и z – цилиндрические координаты переменной точки; $q_1(t)$ – расход воды через наружную трубу, забираемый из верхнего слоя; $q_2(t)$ – расход воды, забираемый внутренней трубой из нижнего слоя; r_1 – радиус наружной трубы; r_2 – радиус внутренней трубы; ε – вспомогательная бесконечно малая величина; $f_1(r); f_2(r); Z_1(r); Z_2(r)$ – вспомогательные функции, позволяющие математически смоделировать процесс затекания воды в проемы труб на основе метода источников и стоков.

$$\begin{aligned} f_1(r) &= \begin{cases} 1, \text{ если } r \in (r_1; r_1 + \varepsilon) \\ 0, \text{ если } r \notin (r_1; r_1 + \varepsilon) \end{cases}, f_2(r) = \begin{cases} 1, \text{ если } r \in (r_2; r_2 + \varepsilon) \\ 0, \text{ если } r \notin (r_2; r_2 + \varepsilon) \end{cases} \\ Z_1(z) &= \begin{cases} 1, \text{ если } z \in (z_0 - \varepsilon; z_0) \\ 0, \text{ если } z \notin (z_0 - \varepsilon; z_0) \end{cases}, Z_2(z) = \begin{cases} 1, \text{ если } z \in (-z_0 - \varepsilon; -z_0) \\ 0, \text{ если } z \notin (-z_0 - \varepsilon; -z_0) \end{cases} \end{aligned}$$

Согласно правым частям дифференциальных уравнений (3) считается, что расход воды, который должен быть забран трубой, поглощается в объемном стоке в виде воображаемого кольцевого цилиндра с бесконечно малой высотой ε , а также с бесконечно малой толщиной кольцевого зазора ε .

Зависимости расходов воды от времени целесообразно задать следующими формулами:

$$q_2(t) = \begin{cases} q_1 \frac{t}{t_0}, \text{ если } 0 < t < t_0 \\ q_1, \text{ если } 0 < t \geq t_0 \end{cases}; \quad q_2(t) = \begin{cases} q_2 \frac{t}{t_0}, \text{ если } 0 < t < t_0 \\ q_2, \text{ если } t \geq t_0 \end{cases}, \quad (6)$$

где t_0 – промежуток времени открытия водозаборных труб.

При известных потенциалах j_1 и j_2 уравнение искривленной поверхности раздела слоев определяется дифференцированием j_1 и j_2 по времени, согласно формуле:

$$\eta(r, t) = \frac{1}{(\rho_2 - \rho_1)g} \left(\rho_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} - \rho_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial t} \right), \text{ при } z = 0. \quad (7)$$

Решение поставленной начально-краевой задачи (1)–(5)

С самого начала последовательно применены интегральное преобразование Лапласа по времени t и конечное интегральное преобразование Бесселя по переменной r . В результате начально-краевая задача привелась к решению следующей контактной краевой задачи для двух дифференциальных уравнений второго порядка.

$$\frac{d^2 \tilde{\varphi}_{1,n}}{dz^2} - \lambda_n^2 \tilde{\varphi}_{1,n} = -\frac{\tilde{q}_1}{2\pi\varepsilon} J_0 \left(\mu_n \frac{r_1}{R} \right) Z_1(z); \quad (8)$$

$$\frac{d^2 \tilde{\varphi}_{2,n}}{dz^2} - \lambda_n^2 \tilde{\varphi}_{2,n} = -\frac{\tilde{q}_2}{2\pi\varepsilon} J_0 \left(\mu_n \frac{r_2}{R} \right) Z_2(z);$$

$$\tilde{\varphi}_{i,n}(z) = \int_0^\infty \int_0^R \varphi_i r J_0 \left(\mu_n \frac{r}{R} \right) dt dr, \quad i=1,2 \quad (9)$$

$$P^2 \tilde{\varphi}_{1,n} + g \frac{d\tilde{\varphi}_{1,n}}{dz} = 0, \text{ при } z = H_1; \quad \frac{d\tilde{\varphi}_{1,n}}{dz} = \frac{d\tilde{\varphi}_{2,n}}{dz}, \text{ при } z = 0; \quad (10)$$

$$\rho_1 \left(P^2 \tilde{\varphi}_{1,n} + g \frac{d\tilde{\varphi}_{1,n}}{dz} \right) = \rho_2 \left(P^2 \tilde{\varphi}_{2,n} + g \frac{d\tilde{\varphi}_{2,n}}{dz} \right), \text{ при } z = 0;$$

$$\frac{d\tilde{\varphi}_{2,n}}{dz} = 0, \text{ при } z = -H_2; \quad \mu_n = \mu_n \frac{1}{R}; \quad n = 1, 2, \dots$$

μ_n – корни следующего трансцендентного уравнения:

$$J'_0(\mu) = J_0(\mu) = 0, \quad (11)$$

J_0 и J_1 – цилиндрические функции Бесселя первого рода.

Правые стороны дифференциальных уравнений получены путем замены бесконечно малых величин эквивалентными малыми величинами:

$$\int_{r_1}^{r_1+\varepsilon} r J_0 \left(\mu_n \frac{r}{R} \right) dr \sim r_1 \varepsilon J_0 \left(\mu_n \frac{r_1}{R} \right);$$

$$\int_{r_2}^{r_2+\varepsilon} r J_0 \left(\mu_n \frac{r}{R} \right) dr \sim r_2 \varepsilon J_0 \left(\mu_n \frac{r_2}{R} \right);$$

В дальнейшем ходе решения приняты следующие замены:

$$\int_{z_0-\varepsilon}^{z_0} sh \lambda_n (H_1 - x) dx \sim sh \lambda_n (H_1 - z_0) \varepsilon;$$

$$\int_{-z_0}^{z_0-\varepsilon} ch \lambda_n (H_2 + x) dx \sim ch \lambda_n (H_2 - z_0) (-\varepsilon);$$

$$\int_{z_0-\varepsilon}^{z_0} ch \lambda_n (H_1 - x) dx \sim ch \lambda_n (H_1 - z_0) \varepsilon;$$

Решена контактная краевая задача (8)–(10) и выполнены обратные интегральные преобразования (8). Значения потенциалов подставлены в зависимости (7). В результате всего этого и предельного перехода $\varepsilon \rightarrow 0$, для уравнения искривленной поверхности раздела слоев получена следующая совокупность расчетных формул:

$$\eta(r, t) = \frac{2}{R^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{d_n \Phi_{1,n}(t) - g \lambda_n K_n \Phi_{2,n}(t)}{J_0(\mu_n) \gamma_{1,n} (\omega_{2,n}^2 - \omega_{1,n}^2)} J_0 \left(\mu_n \frac{r}{R} \right) \quad (12)$$

$$d_n = \frac{\rho_1}{\rho_2} th \lambda_n H_2 \frac{q_1}{2\pi} J_0 \left(\mu_n \frac{r_1}{R} \right) R_{1,n} - \frac{q_2}{2\pi} J_0 \left(\mu_n \frac{r_2}{R} \right) R_{3,n}; \quad (13)$$

$$k_n = \frac{\rho_1}{\rho_2} th \lambda_n H_2 \frac{q_1}{2\pi} J_0 \left(\mu_n \frac{r_1}{R} \right) R_{2,n} - th \lambda_n H_1 J_0 \left(\mu_n \frac{r_2}{R} \right) R_{3,n} \frac{q_2}{2\pi};$$

$$R_{1,n} = \frac{e^{-\lambda_n z_0} - e^{-\lambda_n (2H_1 - z_0)}}{1 + e^{-2\lambda_n H_1}}; \quad R_{2,n} = \frac{e^{-\lambda_n z_0} + e^{-\lambda_n (2H_1 - z_0)}}{1 + e^{-2\lambda_n H_1}}; \quad R_3 = \frac{e^{-\lambda_n z_0} + e^{-\lambda_n (2H_2 - z_0)}}{1 + e^{-2\lambda_n H_2}};$$

$$\gamma_{1,n} = 1 + \frac{\rho_1}{\rho_2} \operatorname{th} \lambda_n H_1 \operatorname{th} \lambda_n H_2; \quad \gamma_2 = \operatorname{th} \lambda_n H_1 + \operatorname{th} \lambda_n H_2; \quad \gamma_3 = \left(1 - \frac{\rho_1}{\rho_2}\right) \operatorname{th} \lambda_n H_1 \operatorname{th} \lambda_n H_2;$$

$$\omega_{1,n} = \sqrt{g \lambda_n \frac{\gamma_{2,n} - \sqrt{\gamma_{2,n}^2 - 4 \gamma_{1,n} \gamma_{3,n}}}{2 \gamma_{1,n}}}; \quad \omega_2 = \sqrt{g \lambda_n \frac{\gamma_{2,n} + \sqrt{\gamma_{2,n}^2 - 4 \gamma_{1,n} \gamma_{3,n}}}{2 \gamma_{1,n}}};$$

$$\Phi_{1,n}(t) = \begin{cases} \frac{1}{t_0} (\cos \omega_{1,n} t - \cos \omega_{2,n} t), & \text{при } 0 \leq t \leq t_0; \\ \frac{1}{t_0} (\cos \omega_{1,n} t - \cos \omega_{1,n} (t - t_0) - \cos \omega_{2,n} t + \cos \omega_{2,n} (t - t_0)), & \text{при } t > t_0; \end{cases}$$

$$\Phi_{2,n}(t) = \begin{cases} \frac{1}{t_0} \left(\frac{1 - \cos \omega_{1,n} t}{\omega_{1,n}^2} - \frac{1 - \cos \omega_{2,n} t}{\omega_{2,n}^2} \right), & \text{при } 0 \leq t \leq t_0; \\ \frac{1}{t_0} \left(\frac{\cos \omega_{1,n} (t - t_0) - \cos \omega_{2,n} t}{\omega_{1,n}^2} - \frac{\cos \omega_{2,n} (t - t_0) - \cos \omega_{2,n} t}{\omega_{2,n}^2} \right), & \text{при } t \geq t_0 \end{cases}$$

Результаты компьютерных вычислительных экспериментов

Совокупность полученных расчетных формул (11)–(13) для уравнения искривленной поверхности раздела слоев переписана в компьютерно ориентированном виде и выполнены вычислительные эксперименты.

Входным параметрам присваивались следующие числовые значения: $H_1=H_2=2$ м, $Z_0=1,5$ м, $r_1=998$ кг/м³, $r_2=1000$ кг/м³, $r=0$ м, $r_2=0,2$ м, $r_1=1,414 \cdot r_2$ м, $R=500$ м, $q_1=0,01$ м³/с. На рисунке 4 представлены графики зависимости высоты поверхности раздела слоев h от времени, при различных расходах забираемой воды q_2 .

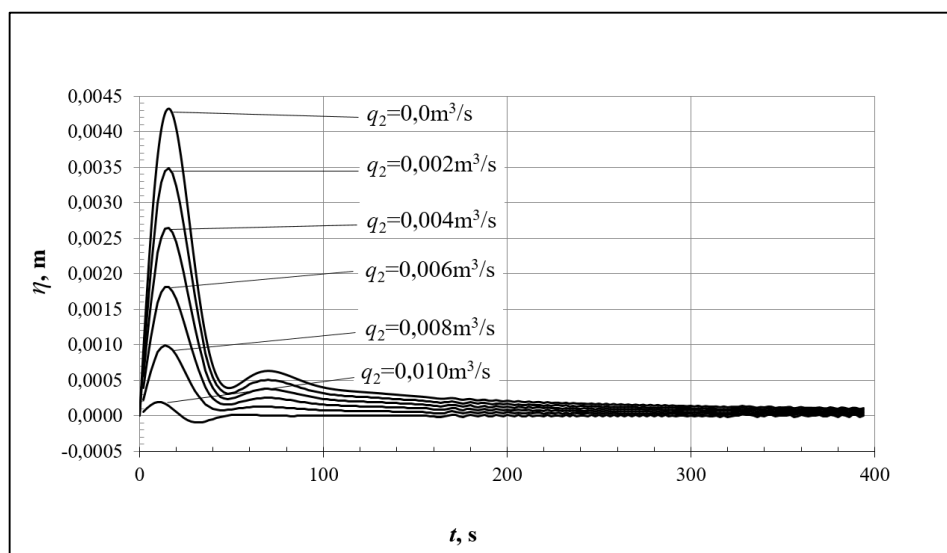


Рис. 4. График зависимости высоты поверхности раздела слоев h от времени, при различных расходах забираемой воды q_2 /

Fig. 4. Graph of the dependence of the height of the interface of the layers h on time, at different rates of water intake q_2

Максимум высоты поверхности раздела слоев h достигается приблизительно через 16 с от начала процесса. При уменьшении расхода забираемой воды q_2 максимум высоты подъема возрастает.

Если рассмотреть зависимость высоты поверхности раздела слоев h от расхода забираемой воды q_2 (рис. 5), то видно, что выравнивание поверхности происходит при расходе $q_2=0,01 \text{ м}^3/\text{с}$.

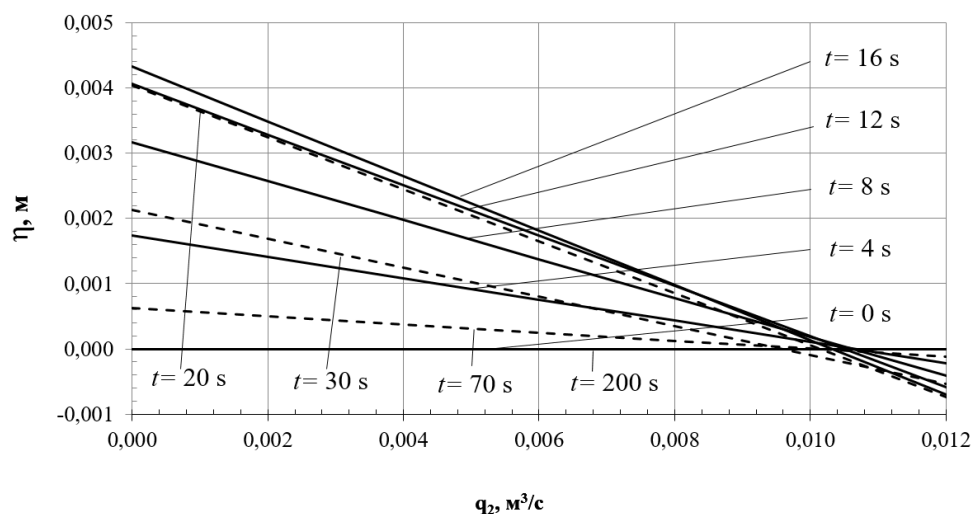


Рис. 5. График зависимости высоты поверхности раздела слоев h от расхода забираемой воды q_2 в различные моменты времени от начала процесса t /

Fig. 5. Graph of the dependence of the height of the interface of the layers h on the intake water flow q_2 at different times from the start of the process t

Максимум высоты подъема растет от плоской поверхности в начале процесса $t=0 \text{ с}$, до 16 с (рис. 5). При закрытой водозаборной трубе $q_2=0$, высота поверхности раздела слоев составляет $h=0,0045 \text{ м}$. При включенной водозаборной трубе и расходе $q_2=0,01 \text{ м}^3/\text{с}$ поверхность раздела слоев выравнивается и становится возможным забирать воду с большим расходом.

Заключение

На базе теоретической гидромеханики составлена математическая модель нового высокоэффективного селективного способа забора воды из определенного слоя двухслойного стратифицированного водоема – источника водоснабжения. Вода из слоев отводится одновременно двумя соосными (труба в трубе) трубами, опущенными внутрь слоев. Модель представляет контактную начально-краевую задачу математической физики двухслойного движения разноплотностных слоев воды. В результате решения поставленной начально-краевой задачи получена совокупность расчетных формул для уравнения искривленной поверхности раздела слоев. При заборе воды из определенного слоя общеизвестными способами по мере увеличения расхода (скорости) забираемой воды поверхность раздела сильно искривляется и поднимается либо опускается до проема водозаборной трубы, чем нарушается селективный водозаборный процесс. При этом вода из непригодного слоя будет затекать в проем водозаборной трубы. Компьютерными вычислительными экспериментами, выполненными по полученной совокупности формул, доказано, что при заборе воды из определенного слоя водоема разработанным способом двумя соосными трубами можно полностью исключить искривление поверхности раздела слоев. При этом вода из непригодного слоя не сможет прорываться к проему водозаборной трубы. Этот компьютерно-теоретически доказанный гидродинами-

ческий эффект подтверждает высокую эффективность разработанного способа забора воды из стратифицированного водоема.

Литература

1. Аверкиев А.Г., Макаров И.И., Синотин В.И. Бесплотинные водозаборные сооружения. М.: Л.: Энергия, 1969. – 164 с.
2. Басниев К.С., Кочина И.Н., Максимов В.М. Подземная гидродинамика. М.: Недра, 1993. – 408 с.
3. Белолипецкий В.М., Костюк В.Ю., Шокин Ю.И. Математическое моделирование течений стратифицированной жидкости. Новосибирск: Наука, 1991. – 176 с.
4. Букреев В.И. Способ управления селективным водозабором через отверстие в вертикальной стенке. Прикладная механика и техническая физика. – 2010. – Т. 51. № 3. – С. 49–54.
5. Вазов В.В., Форсайт Дж. Разностные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных. Перевод с английского. М.: Изд. иностранной литературы, 1963. – 483 с.
6. Гавич И.К. Гидро-Геодинамика. М.: Недра, 1988. – 246 с.
7. Гинзбург И.П. Теория сопротивления и теплопередачи. Л.: Изд. Ленинградского университета, 1970. – 378 с.
8. Губанов Р.С. Эксплуатация гидротехнических сооружений и трансформация сооружений, и трансформация прибрежного фаунистического комплекса (Tetrapoda) озера Лысый Лиман. // Геология и геофизика Юга России. – 2022. – Т. 12. № 2. – С. 103–116. DOI: 10.46698/VNC.2022.30.68.008.
9. Заалишвили В.Б., Музаев И.Д. Один эффективный метод решения начально-краевых задач поперечных колебаний балки с учетом ее внутреннего сопротивления. // Геология и геофизика Юга России. – 2023. – Т. 12. № 2. – С. 55–66. DOI: 10.46698/VNC.2023.63.12.005.
10. Заалишвили В.Б., Мельков Д.А., Фидарова М.И., Харебов К.С. К вопросу пересчета сейсмической интенсивности шкалы Японского метеорологического агентства (JMA) в макросейсмическую шкалу MSK. // Геология и геофизика Юга России. – 2024. – Т. 14. № 1. – С. 19–35. DOI: 10.46698/VNC.2024. 82.41.002.
11. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1977. – 830 с.
12. Кошляков Н.С., Глинер Э.Б., Смирнов М.М. Уравнения в частных производных математической физики. М.: Высшая школа, 1970. – 710 с.
13. Ламб Г. Гидродинамика. М.: Л.: Гостехиздат, 1947. – 928 с.
14. Маскет М. Физические основы технологии добычи нефти. М.: Л.: Гостехиздат, 1953. – 607 с.
15. Методические указания по технологическим расчетам водоемов-охладителей. / Исполнители А.С. Соколов, И.И. Макаров, В.И. Кравец, З.Р. Филиппова. СПб.: ВНИИГ, 2003. – 116 с.
16. Музаев И.Д. Математическое моделирование селективных водозаборных процессов в двухслойном стратифицированном водоеме. // Геология и геофизика Юга России. – 2024. – Т. 14. № 3. – С. 29–40. DOI: 10.46698/y4376-5315-2395-x.
17. Музаев И.Д., Созанов В.Г. К теории поверхностных гравитационных волн Коши-Пуассона в узких непризматических водоемах. Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Серия: Естественные науки. – 1995. – № 3. – С. 40–43.
18. Музаев И.Д., Харебов К.С., Музаев Н.И. Математическое моделирование способа управления селективным водозаборным процессом в стратифицированном водоеме. // Вычислительные технологии. – 2020. – Т. 25. № 5. – С. 4–16.
19. Справочник по гидравлике. / Под редакцией В.А.Большакова. – Киев: Вища Школа, 1977. – С. 223–225.

20. Сретенский Л.Н. Теория волновых движений жидкости. М.: Наука, 1977. – 815 с.
21. Чарный И.А. Подземная гидрогазодинамика. М.: Недра, 1968. – 299 с.
22. Шокин Ю.И., Рычков А.Д., Хакимзянов Г.С., Чубаров Л.Б. О численных методах решения задач наката волн на берег. // Вычислительные технологии. – 2015. – Т. 20. № 5. – С. 214–232.
23. Штеренлихт Д.В. Гидравлика. М.: Колос, 2004. – 480 с.
24. Craya A. Recherches theoriques sur lecoulement de couches superposes de fluides de densites defferents. // La Houille Blanche. – 1949. – Vol. 35. Issue 1. – pp. 44–55. DOI: 10.1051/lhb/1949017.
25. Garabedian P.R. The mathematical theory of three-dimensional cavities and jets. // Bulletin of the American Mathematical Society. – 1956. – Vol. 62. Issue 3. – pp. 219–235.
26. Harleman D.R.F., Stolzenbach K.D. Fluid mechanics of heat disposal from power generation. // Annual Review of Fluid Mechanics. – 1972. – Vol. 4. – pp. 7–32.
27. Karplus W.J. Water coning before breakthrough an electronic analog treatment. // PetroleumTrans. Society. – 1956. – Vol. 207. Art. No. 240.

References

1. Averkiev A.G., Makarov I.I., Sinotin V.I. Damless water intake structures. Moscow. Leningrad. Energiya. 1969. 164 p. (In Russ.)
2. Basniev K.S., Kochina I.N., Maksimov V.M. Underground hydrodynamics. Moscow. Nedra. 1993. 408 p. (In Russ.)
3. Belolipetskiy V.M., Kostyuk V.Yu., Shokin Yu.I. Mathematical modelling of stratified fluid flows. Novosibirsk. Nauka. 1991. 176 p. (In Russ.)
4. Bukreev V.I. A method for controlling selective water intake through a hole in a vertical wall. Applied Mechanics and Technical Physics. 2010. Vol. 51. No. 3. pp. 49–54. (In Russ.)
5. Vazov V.V., Forsyth J. Difference methods for solving partial differential equations. Translation from English. Moscow. Publishing house Foreign Literature. 1963. 483 p. (In Russ.)
6. Gavich I.K. Hydro-Geodynamics. Moscow. Nedra. 1988. 246 p. (In Russ.)
7. Ginzburg I.P. The theory of resistance and heat transfer. Leningrad. Leningrad University Publishing House. 1970. 378 p. (In Russ.)
8. Gubanov R.S. Operation of Hydraulic Structures and Transformation of Structures, and transformation of the Coastal Faunal Complex (Tetrapoda) of Lake Bald Estuary. Geology and Geophysics of Russian South. 2022. Vol. 12. No. 2. pp. 103–116. DOI: 10.46698/VNC.2022.30.68.008. (In Russ.)
9. Zaalishvili V.B., Muzaev I.D. One effective method for solving initial boundary value problems of transverse vibrations of a beam taking into account its internal resistance. Geology and geophysics of Russian South. 2023. Vol. 12. No. 2. pp. 55–66. DOI: 10.46698/VNC.2023.63.12.005. (In Russ.)
10. Zaalishvili V.B., Melkov D.A., Fidarova M.I., Kharebov K.S. On the issue of converting the seismic intensity of the Japan Meteorological Agency (JMA) scale into the MSK macroseismic scale. Geology and Geophysics of Russian South. 2024. Vol. 14. No. 1. pp. 19–35. DOI: 10.46698/VNC.2024.82.41.002. (In Russ.)
11. Korn G., Korn T. Mathematical handbook for scientists and engineers. Moscow. Nauka. 1977. 818 p. (In Russ.)
12. Koshlyakov N.S., Gliner E.B., Smirnov M.M. Partial differential equation in mathematical physics. Moscow. Vysshaya Shkola. 1970. 710 p. (In Russ.)
13. Lamb G. Hydrodynamics. Moscow. Leningrad. Gostekhizdat. 1947. 929 p. (In Russ.)
14. Masket M. Physical bases of oil production technology. Moscow. Leningrad. Gostekhizdat. 1953. 607 p. (In Russ.)
15. Methodological guidelines for technological calculations of cooling ponds. Eds. A.S. Sokolov, I.I. Makarov, V.I. Kravets, Z.R. Filippova. Saint Petersburg. VNIIG. 2003. 116 p. (In Russ.)

16. Muzaev I.D. Mathematical modeling of selective water intake processes in a two-layer stratified reservoir. *Geology and Geophysics of Russian South*. 2024. Vol. 14. No. 3. pp. 29–40. DOI: 10.46698/y4376-5315-2395-x. (In Russ.)
17. Muzaev I.D., Sozanov V.G. To the theory of surface gravity waves Cauchy-Poisson in narrow non-prismatic reservoirs. *Bulletin of Higher Educational Institutions. North Caucasus Region. Natural Sciences*. 1995. No. 3. pp. 40–43. (In Russ.)
18. Muzaev I.D., Kharebov K.S., Muzaev N.I. Mathematical modelling of the method for controlling selective water intake process in a stratified reservoir. *Computational Technologies*. 2020. Vol. 25. No. 5. pp. 4–16. (In Russ.)
19. Reference book on hydraulics. Ed. V.A. Bolshakov. Kiev. Vyshcha Shkola. 1977. pp. 223–225. (In Russ.)
20. Sretenski L.N. Theory of wave motions of a fluid. Moscow. Nauka. 1977. 815 p. (In Russ.)
21. Charny I.A. Underground hydro-gas dynamics. Moscow. Nedra. 1968. 299 p. (In Russ.)
22. Shokin Yu.I., Rychkov A.D., Khakimzyanov G.S., Chubarov L.B. On numerical methods for solving problems of wave runup on the shore. *Computational Technologies*. 2015. Vol. 20. No. 5. pp. 214–232. (In Russ.)
23. Shterenlicht D.V. Hydraulics. Moscow. Kolos. 2004. 480 p. (In Russ.)
24. Craya A. Recherches theoriques sur lecoulement de couches superposes de fluides de densites defferents. *La Houille Blanche*. 1949. Vol. 35. Issue 1. pp. 44–55. DOI: 10.1051/lhb/1949017.
25. Garabedian P.R. The mathematical theory of three-dimensional cavities and jets. *Bulletin of the American Mathematical Society*. 1956. Vol. 62. Issue 3. pp. 219–235.
26. Harleman D.R.F., Stolzenbach K.D. Fluid mechanics of heat disposal from power generation. *Annual Review of Fluid Mechanics*. 1972. Vol. 4. pp. 7–32.
27. Karplus W.J. Water coning before breakthrough an electronic analog treatment. *PetroleumTrans. Society*. 1956. Vol. 207. Art. No. 240.