

УДК 550.34; 539.3

DOI: 10.46698/VNC.2025.25.51.004

Оригинальная статья

О предвестнике повышенной сейсмичности в области перехода горной территории в равнинную

В.А. Бабешко¹, О.В. Евдокимова², О.М. Бабешко¹,
В.С. Евдокимов¹, М.В. Зарецкая¹, Д.В. Хрипков¹

¹ Кубанский государственный университет, Россия, 350040, г. Краснодар,
ул. Ставропольская, 149, e-mail: rector@kubsu.ru;

² Южный научный центр РАН, Россия, 344006, г. Ростов-на-Дону,
пр. Чехова, 41, e-mail: ras@ssc-ras.ru, babeshko41@mail.ru

Статья поступила: 27.11.2024, доработана: 11.02.2025, принята к публикации: 14.02.2025

Резюме: Актуальность работы состоит в необходимости дальнейшего поиска предвестников повышенной сейсмичности в территориях, в которых горные массивы переходят в равнины. Строгих механико-математических подходов исследования сейсмичности в таких территориях мало, в связи с тем, что они требуют решения некоторых проблем в теории интегральных уравнений. **Целью проведенных исследований** явилось выявление зоны повышенной сейсмичности в области перехода горной территории в равнинную. **Методы работы.** Для исследования использовано решение контактной задачи о концентрации контактных напряжений в зоне перехода горного массива в равнинную территорию. Предполагается, что возвышающийся над равниной горный массив моделируется деформируемым штампом, который вместе с коренными породами расположен на анизотропном полупространстве, свойственном строению гранитного слоя литосферной плиты. В работе учитываются приливные Лунные воздействия, описываемые временной функцией. Выполнение поставленной задачи потребовало построения решения двумерного интегрального уравнения Винера-Хопфа с анизотропным символом ядра интегрального уравнения. Авторам работы удалось установить общий вид решений двумерного интегрального уравнения Винера-Хопфа с анизотропным символом, доказать его удовлетворение интегральному уравнению. Случай деформируемого штампа впервые рассматривается в настоящей работе. Для описания деформируемого штампа принято разложение решения граничной задачи для штампа сложной реологии по решениям граничных задач для штампов упрощенной реологии, даваемых уравнениями Гельмгольца. **Результаты исследования.** В процессе исследования, получено представление распределения контактных напряжений под деформируемым штампом. Установлено, что в приграничных зонах деформируемого штампа происходит, при приближении к прямолинейной границе, нарастание контактных напряжений. Наибольший рост концентрации контактных напряжений отмечается при приближении к вершине угла деформируемого штампа. Получены функции, описывающие нарастание концентраций напряжений.

Ключевые слова: контактная задача, деформируемые штампы, повышенная сейсмичность, концентрация напряжений, горные территории.

Благодарность: Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда, Кубанского научного фонда, региональный проект № 24-11-20006.

Для цитирования: Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М., Евдокимов В.С., Зарецкая М.В., Хрипков Д.В. О предвестнике повышенной сейсмичности в области перехода горной территории в равнинную. *Геология и геофизика Юга России*. 2025. 15(1): 45-55. DOI: 10.46698/VNC.2025.25.51.004

DOI: 10.46698/VNC.2025.25.51.004

Original paper

About the precursor of increased seismicity in the area of transition of the mountainous territory to the plain

V.A. Babeshko¹, O.V. Evdokimova², O.M. Babeshko¹, V.S. Evdokimov¹,
M.V. Zaretskaya¹, D.V. Khripkov¹

¹ Kuban State University, 149 Stavropol Str., Krasnodar 350040,
Russian Federation, e-mail: rector@kubsu.ru;

² Southern Scientific Center, Russian Academy of Sciences, 41 Chekhov Ave., Rostov-on-Don
344006, Russian Federation, e-mail: ras@ssc-ras.ru,
babeshko41@mail.ru

Received: 27.11.2024, revised: 11.02.2025, accepted: 14.02.2025

Abstract: The relevance of the paper lies in the need for further search for precursors of increased seismicity in areas where mountain ranges turn into plains. There are few rigorous mechanical and mathematical approaches to studying seismicity in such areas, due to the fact that they require solving some problems in the theory of integral equations. **The aim** of the research was to identify a zone of increased seismicity in the area of transition from a mountainous territory to the plain. **Methods.** The solution of the contact problem on the concentration of contact stresses in the transition zone of a mountain range to the plain area was used for the study. It is assumed that the mountain range towering above the plain is modeled by a deformable stamp, which, together with the bedrock, is located on an anisotropic half-space characteristic of the structure of the granite layer of the lithospheric plate. The paper takes into account tidal Moon impacts described by the time function. The task required constructing a solution to the two-dimensional Wiener-Hopf integral equation with an anisotropic symbol for the kernel of the integral equation. The authors of the study succeeded in establishing the general form of solutions of the two-dimensional Wiener-Hopf integral equation with an anisotropic symbol, and in proving its satisfaction to the integral equation. The case of a deformable stamp is considered for the first time in this paper. To describe a deformable stamp, the solution of the boundary value problem for a stamp of complex rheology is decomposed into solutions of boundary value problems for stamps of simplified rheology given by the Helmholtz equations. **Results.** In the process of study, a representation of the distribution of contact stresses under a deformable die was obtained. It is established that in the boundary zones of the deformable stamp, an increase in contact stresses occurs as it approaches the rectilinear boundary. The greatest increase in the concentration of contact stresses is observed when approaching the top of the angle of the deformable die. Functions describing the increase in stress concentrations are obtained.

Keywords: contact problem, deformable stamps, increased seismicity, stress concentration, mountainous areas.

Acknowledgments: The research was carried out with the financial support of the Russian Science Foundation, the Kuban Science Foundation, regional project No. 24-11-20006.

For citation: Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M., Evdokimov V.S., Zaretskaya M.V., Khripkov D.V. About the precursor of increased seismicity in the area of transition of the mountainous territory to the plain. *Geologiya i Geofizika Yuga Rossii = Geology and Geophysics of Russian South*. (in Russ.). 2025. 15(1): 45-55. DOI: 10.46698/VNC.2025.25.51.004

Введение

В работе исследование сейсмичности в области перехода горной территории в равнинную на предмет разрушения среды выполняется, следуя научным рекомендациям выдающихся ученых академиков Г.А. Гамбурцева и М.А. Садовского. Г.А. Гамбурцеву принадлежит следующее высказывание [Гамбурцев, 1982]: «Изыскание методов прогноза времени землетрясений следует направить в первую очередь в сторону поиска механических предвестников землетрясений. Такие поиски могут быть успешными только в том случае, если они будут основываться на глубоко изучении всех деталей механизма быстрых и медленных движений блоков земной коры сейсмоактивных районов». М.А. Садовскому [Садовский и др., 1987] принадлежит утверждение о невозможности прогноза землетрясений, основываясь лишь на слоистом строении коры Земли; необходимо учитывать реально существующие блочные модели. Именно эти рекомендации положены в основу изучаемого подхода прогноза уровня сейсмичности в горно-равнинных территориях. Вместе с прекрасными работами известных исследователей [Заалишвили и др., 2021; Чернов, 1989; Lu et al., 2007; Chernov et al., 2020; Xia et al., 2004, 2005; Scholz et al., 1973; Mitchell et al., 2013, 2015; Di Toro et al., 2011 и др.], успешно применявших глубокие механико-математические методы в геофизике, в настоящей работе развивается еще один механико-математический подход, опирающийся на последние достижения в механике контактного взаимодействия.

В частности, в работе [Заалишвили и др., 2021] выявлены важные особенности поведения среды в нелинейной постановке. В настоящей работе развивается метод решения и исследования двумерного интегрального уравнения Винера-Хопфа, возникающего в анизотропной контактной задаче теории упругости [Ворович, Бабешко, 1979]. Этот подход основан на открывшейся возможности рассмотрения контактных задач с деформируемым штампом, что достигается применением блочных элементов, являющихся объектами дискретного топологического пространства. В настоящее время топологические методы проникают в разные направления науки и инженерной практики [Awrejcewicz et al., 2021; Arhore et al., 2021; Fernandez et al., 2021; Gonçalves et al., 2020; Huang et al., 2020; Pena, Rapun, 2020; Xavier et al., 2020]. С учетом подхода в этой работе оказалось возможным выявить в одном из типов зон горных территорий предвестник землетрясений, связанных с приливными колебаниями. В настоящей работе продолжен поиск, при таких же внешних воздействиях, возможных новых предвестников повышенной сейсмичности механического типа в горно-равнинных территориях.

Постановка задачи

Будем рассматривать линейно-упругую многослойную среду конечной толщины, на верхней границе которой расположен деформируемый штамп, занимающий область первого квадранта. Для учета приливного воздействия Луны, считается, что штамп гармонически вертикально колеблется с частотой ω по закону, описываемому функцией $e^{-i\omega t}$, которая, в дальнейшем, исключается из линейной системы, оставляя амплитудные функции. На верхней границе многослойной среды располагается декартова система координат с осью oz , направленной по нормали наружу, и остальными осями ox , oy , расположенными в касательной плоскости. Принимая во внимание возможность применения универсального метода моделирования, по-

звolyающего представлять решения граничной задачи для деформируемого штампа из материала сложной реологии разложенными по решениям граничных задач для уравнений простых реологий, применим в дальнейшем этот подход. Опираясь на этот подход, будем считать, что материал деформируемого штампа, имитирующего горную гряду (рис. 1), описывается уравнением Гельмгольца, рассматриваемым в первом квадранте, а штамп действует на среду без трения. Для решения контактной задачи с деформируемым штампом, предварительно требуется построить решения граничной задачи для деформируемого штампа, а уже потом обращаться к построению интегрального уравнения контактной задачи.

Граничная задача для деформируемого штампа

Рассмотрим граничную задачу для уравнения Гельмгольца, моделирующего материал деформируемого штампа простой реологии

$$(\Delta + k) \psi(x, y) = q(x, y) - t(x, y), \quad k = c\omega, \quad c = \text{const} \quad (1)$$

Здесь Δ – оператор Лапласа, $\psi(x, y)$ – решение граничной задачи для уравнений Гельмгольца, $q(x, y)$ – воздействие на штамп со стороны многослойной среды в области контакта, $t(x, y)$ – внешнее воздействие на штамп сверху, например атмосферное давление или слой жидкости в подводном варианте. Для уравнения Гельмгольца ставится граничная задача Дирихле в предположении, что на границах задаются граничные условия вида

$$\psi_1(x, y) = \psi_1(0, y), \quad \psi_2(x, y) = \psi_2(x, 0) \quad (2)$$

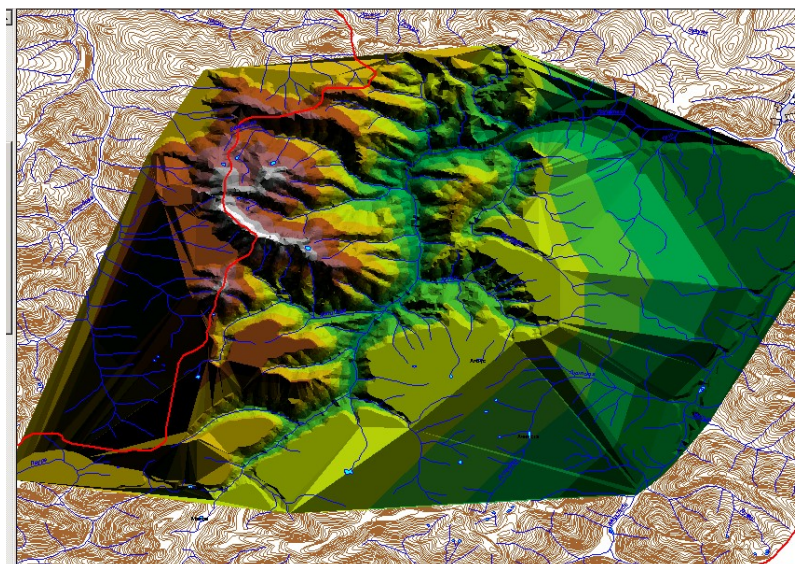


Рис. 1. Фрагмент горно-равнинной зоны на территории Краснодарского края /
Fig. 1. A fragment of a mountain-plain zone on the territory of the Krasnodar Territory

Вводится обозначение $s(x, y) = q(x, y) - t(x, y)$. Алгоритм метода блочного элемента, включающий этапы внешней алгебры, внешнего анализа и фактор-топологий, для совокупности блоков, описан во многих работах. После его применения к рассматриваемой граничной задаче, получаем, с учетом (1), (2) внешнюю форму в преобразовании Фурье, в виде

$$\omega(\alpha, \beta) = \left[\frac{\alpha}{\alpha_+} - 1 \right] \langle \Psi_1(0, \beta) - \Psi_1(0, \beta_+) \rangle + \left[\frac{\beta}{\beta_+} - 1 \right] \langle \Psi_2(\alpha, 0) - \Psi_2(\alpha_+, 0) \rangle + S(\alpha, \beta, \alpha_+, \beta_+) \quad (3)$$

Здесь принято обозначение

$$\begin{aligned} S(\alpha, \beta, \alpha_+, \beta_+) = & -Q(\alpha, \beta) - \frac{\alpha\beta}{\alpha_+\beta_+} Q(\alpha_+, \beta_+) + \frac{\alpha}{\alpha_+} Q(\alpha_+, \beta) + \frac{\beta}{\beta_+} Q(\alpha, \beta_+) + \\ & + T(\alpha, \beta) + \frac{\alpha\beta}{\alpha_+\beta_+} T(\alpha_+, \beta_+) - \frac{\alpha}{\alpha_+} T(\alpha_+, \beta) - \frac{\beta}{\beta_+} T(\alpha, \beta_+) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\alpha_+ = i\sqrt{\beta^2 - k^2}, \quad \beta_+ = i\sqrt{\alpha^2 - k^2}, \quad \operatorname{Re}\sqrt{\alpha^2 - k^2} > 0, \quad \operatorname{Re}\sqrt{\beta^2 - k^2} > 0$$

В дальнейшем, ради краткости, если не будет оговорено отдельно, прописными буквами будем обозначать преобразование Фурье от функций, обозначенных строчными буквами, например,

$$N(\alpha, \beta) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} n(x, y) e^{i(\alpha x + \beta y)} dx dy, \quad n(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} N(\alpha, \beta) e^{-i(\alpha x + \beta y)} d\alpha d\beta,$$

Первые четыре члена справа у функции $S(\alpha, \beta, \alpha_+, \beta_+)$ представляют преобразования Фурье неизвестного контактного напряжения $Q(\alpha, \beta)$ и неизвестные функционалы $Q(\alpha_+, \beta_+)$, $Q(\alpha_+, \beta)$, $Q(\alpha, \beta_+)$ от искомого контактного напряжения. Остальные члены справа представляют преобразования Фурье и функционалы от задаваемых внешних воздействий.

Интегральное уравнение контактной задачи

Рассматривается интегральное уравнение Винера-Хопфа, заданное в первом квадранте [Ворович, Бабешко, 1979]. Оно имеет вид (рис. 2):

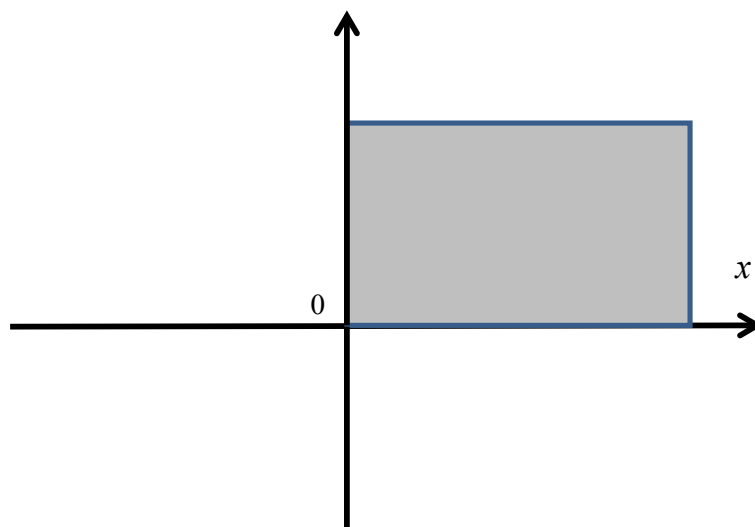


Рис. 2. На рисунке изображена часть неограниченной области первого квадранта, занятой деформируемым штампом /

Fig. 2. The figure shows a part of the unlimited area of the first quadrant occupied by a deformable stamp

$$\mathbf{M}q = \int_0^\infty \int_0^\infty m(x-\xi, y-\eta) q(\xi, \eta) d\xi d\eta = p(x, y), \quad 0 \leq x \leq \infty, \quad 0 \leq y \leq \infty$$

$$m(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{\Gamma_1} \int_{\Gamma_2} M(\alpha, \beta) e^{-i(\alpha x + \beta y)} d\alpha d\beta, \quad Q(\alpha, \beta) = \int_0^\infty \int_0^\infty q(\xi, \eta) e^{i(\alpha \xi + \beta \eta)} d\xi d\eta$$

$$P(\alpha, \beta) = \int_0^\infty \int_0^\infty p(\xi, \eta) e^{i(\alpha \xi + \beta \eta)} d\xi d\eta$$

Здесь $q(x, y)$ – искомые контактные напряжения под штампом, $p(x, y)$ – функция, описывающая внедрение подошвы штампа в среду.

Функция $M(\alpha, \beta)$, в общем случае комплекснозначная, порождается решением анизотропной граничной задачи в многослойной среде, является непрерывной и суммируемой на осях по обоим аргументам, с поведением на бесконечности вида:

$$M(\alpha, \beta) = O(\alpha^{-1}), \quad \beta = \text{const}; \quad M(\alpha, \beta) = O(\beta^{-1}), \quad \alpha = \text{const}, \quad |\alpha|, |\beta| \rightarrow \infty, \quad (6)$$

Здесь Γ_1, Γ_2 – контуры, лежащие на вещественной оси и отклоняющиеся от нее в динамических задачах гармонической во времени вибрации лишь обходя вещественные полюса, по малым полуокружностям, если они возникают [Бабешко и др., 1989].

Метод решения

Составим интегральное уравнение для определения контактных напряжений под деформируемым штампом. Для этого с учетом формул (1)–(4) представим перемещение $\varphi(x, y)$ деформируемого штампа в области контакта в виде упакованного блочного элемента. Имеем:

$$\psi(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{\Gamma_1} \int_{\Gamma_2} \frac{\omega(\alpha, \beta) e^{-i(\alpha x + \beta y)} d\alpha d\beta}{\alpha^2 + \beta^2 - k^2} \quad (7)$$

Преобразуем представление внешней формы, разделив в ней неизвестные и заданные составляющие. Имеем:

$$\begin{aligned} \omega(\alpha, \beta) &= -Q(\alpha, \beta) + Q_1(\alpha, \beta) + G(\alpha, \beta) \\ Q_1(\alpha, \beta) &= -\frac{\alpha\beta}{\alpha_+\beta_+} Q(\alpha, \beta) + \frac{\alpha}{\alpha_+} Q(\alpha_+, \beta) + \frac{\beta}{\beta_+} Q(\alpha, \beta_+) \\ G(\alpha, \beta) &= T(\alpha, \beta) + \frac{\alpha\beta}{\alpha_+\beta_+} T(\alpha_{1+}, \alpha_{2+}) - \frac{\alpha}{\alpha_+} T(\alpha_+, \beta) - \frac{\beta}{\beta_+} T(\alpha, \beta_+) + \\ &+ \left[\frac{\alpha}{\alpha_+} - 1 \right] \langle \Psi_1(0, \beta) - \Psi_1(0, \beta_+) \rangle + \left[\frac{\beta}{\beta_+} - 1 \right] \langle \Psi_2(\alpha, 0) - \Psi_2(\alpha_+, 0) \rangle \end{aligned} \quad (8)$$

Приравняем вертикальные перемещения (5) поверхности многослойной среды $p(x, y)$ параметрам вертикального перемещения (7) $\varphi(x, y)$ деформируемого штампа снизу. Применив к этому равенству преобразование Фурье, получим, с учетом (8), соотношение вида:

$$\frac{-Q(\alpha, \beta) + Q_1(\alpha, \beta) + G(\alpha, \beta)}{\alpha^2 + \beta^2 - k^2} = M(\alpha, \beta) Q(\alpha, \beta)$$

В результате приходим к функциональному уравнению, введя обозначение функций $K(\alpha, \beta)$, $F(\alpha, \beta)$:

$$K(\alpha, \beta)Q(\alpha, \beta) = \frac{Q_1(\alpha, \beta) + G(\alpha, \beta)}{\alpha^2 + \beta^2 - k^2}, \quad K(\alpha, \beta) = M(\alpha, \beta) + (\alpha^2 + \beta^2 - k^2)^{-1} \quad (9)$$

$$F(\alpha, \beta) = [Q_1(\alpha, \beta) + G(\eta_1, \eta_2)](\alpha^2 + \beta^2 - k^2)^{-1}$$

Применив к соотношению (9) обращение Фурье, с учетом (5), получаем интегральное уравнение контактной задачи о действии деформируемого штампа на многослойную среду в виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}q &= \int_0^\infty \int_0^\infty k(x - \xi, y - \eta) q(\xi, \eta) d\xi d\eta = f(x, y), \quad 0 \leq x \leq \infty, \quad 0 \leq y \leq \infty \\ k(x, y) &= \frac{1}{4\pi^2} \int_{\Gamma_1} \int_{\Gamma_2} K(\alpha, \beta) e^{-i(\alpha x + \beta y)} d\alpha d\beta, \quad Q(\alpha, \beta) = \int_0^\infty \int_0^\infty q(\xi, \eta) e^{i(\alpha \xi + \beta \eta)} d\xi d\eta \quad (10) \\ F(\alpha, \beta) &= \int_0^\infty \int_0^\infty f(\xi, \eta) e^{i(\alpha \xi + \beta \eta)} d\xi d\eta \end{aligned}$$

Воспользуемся недавно полученным решением двумерного интегрального уравнения Винера-Хопфа, вида (10), в контактной задаче для абсолютно жесткого штампа. В настоящей работе оно впервые применяется для случая деформируемого штампа в виде, удобном для механического анализа

$$\begin{aligned} q(x, y) &= \frac{1}{4\pi^2} \int_{\Gamma_1} \int_{\Gamma_2} Q(\alpha, \beta) e^{-i(\alpha x + \beta y)} d\alpha d\beta \\ Q(\alpha, \beta) &= K^{-1}F - \frac{1}{2} \left[K_{+\alpha}^{-1} \left\{ K_{-\alpha}^{-1}F \right\}_{-\alpha} + K_{+\beta}^{-1} \left\{ K_{-\beta}^{-1}F \right\}_{-\beta} + \right. \\ &\quad \left. + K_{+\alpha+\beta}^{-1} \left\{ K_{+\alpha-\beta}^{-1} \left\{ K_{-\alpha}^{-1}F \right\}_{+\alpha} \right\}_{-\beta} + K_{+\beta+\alpha}^{-1} \left\{ K_{+\beta-\alpha}^{-1} \left\{ K_{-\beta}^{-1}F \right\}_{+\beta} \right\}_{-\alpha} \right] \quad (11) \end{aligned}$$

Вид операторов факторизации, участвующих в (11) приведен в [Ворович, Бабешко, 1979] и здесь не повторяется.

Результат исследования

Полученное представление позволяет описать составляющие решения (11) по их роли в представлении поведения контактных напряжений под штампом. После вычисления интеграла обратного преобразования Фурье в (11) функция $K^{-1}F$ описывает вырожденную составляющую контактных напряжений под штампом, которая формируется вдали от границ штампа. Она приближенно равна решению уравнения свертки, возникающему в случае, если штамп не имеет границ и занимает все четыре квадранта.

Составляющая $K_{+\alpha}^{-1} \left\{ K_{-\alpha}^{-1}F \right\}_{-\alpha} + K_{+\beta}^{-1} \left\{ K_{-\beta}^{-1}F \right\}_{-\beta}$ описывает концентрацию контактных напряжений при приближении изнутри к прямолинейным границам штампа $x = 0$ или $y = 0$. Эта концентрация контактных напряжений совпадает с описываемой в [Ворович, Бабешко, 1979] при приближении к границе полуплоскостного штампа, которая является прямой линией. Асимптотическое вычисление

интеграла (11) у границ дает особенности вида $c_1(y)x^{-1/2}$ и $c_2(x)y^{-1/2}$ соответственно. Здесь функции $c_1(y)$, $c_2(x)$ являются непрерывными от своих параметров.

Составляющая $K_{+\alpha+\beta}^{-1} \{ K_{+\alpha-\beta}^{-1} \{ K_{-\alpha}^{-1} F \}_{+\alpha} \}_{-\beta} + K_{+\beta+\alpha}^{-1} \{ K_{+\beta-\alpha}^{-1} \{ K_{-\beta}^{-1} F \}_{+\beta} \}_{-\alpha}$ при одновременном поведении $x \rightarrow 0$ и $y \rightarrow 0$ позволяет вычислить поведение концентрации контактных напряжений в угловой точке штампа. С учетом свойств символа ядра интегрального уравнения (6) поведение концентрации контактных напряжений в угловой точке описывается функцией $c_3(r^{-3/4})$, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$. Значение $-3/4$ близко величине, вычисленной ранее приближенным численным методом в [Бабешко и др., 1989, стр. 129] для абсолютно твердого штампа, и может быть сопоставлено при $\theta = 0,25$ с кривыми рисунка 3.

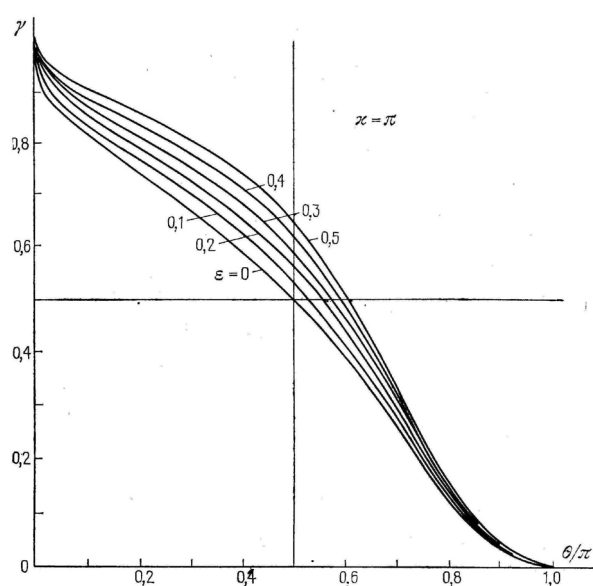


Рис. 3. Поведение параметра особенности γ в угловой точке штампа для разных коэффициентов трения ε . Для сравнения с результатом статьи необходимо брать $\varepsilon = 0$, $\theta/\pi = 0,25$ /

Fig. 3. Behavior of the feature parameter at the angular point of the die for different coefficients of friction ε . To compare with the result of the article, it is necessary to take $\varepsilon = 0$, $\theta/\pi = 0,25$

Таким образом, получено, что угловые точки деформируемого штампа также имеют в угловой точке максимальную концентрацию контактных напряжений. Опираясь на полученные результаты, можем заключить следующее: установлено, что в выбранной модели, имитирующей горно-равнинный ландшафт с границей горной гряды, имеющей угловые и прямолинейные участки, наиболее уязвимыми зонами являются зоны угловых точек, затем зоны прямолинейных границ. Именно они, в условиях вибрации от лунных приливных явлений, также являются зонами повышенной сейсмичности, подобно резонансным.

Выводы

Достоинством полученного результата является возможность моделирования сложных ландшафтных деформируемых объектов блочными элементами, позволяющими переходить к моделям более сложных реологий. Это позволяет не только

получать качественную картину процессов, протекающих под горными грядками, но и вычислять коэффициенты c_n , $n = 1, 2, 3$ перед особенностями, что дает возможность выполнять прогнозные заключения при их различных поведеньях.

Литература

1. Бабешко В.А., Глушков Е.В., Зинченко Ж.Ф. Динамика неоднородных линейно-упругих сред. М.: Наука, 1989. – 344 с.
2. Ворович И.И., Бабешко В.А. Динамические смешанные задачи теории упругости для неклассических областей. М.: Наука, 1979. – 320 с.
3. Гамбурцев Г.А. Перспективный план исследований по проблеме «Изыскание и развитие прогноза землетрясений». // В сборнике: Развитие идей Г.А. Гамбурцева в геофизике. М.: Наука, 1982. – С. 304–311.
4. Заалишвили В.Б., Мельков Д.А., Габараев А.Ф., Мерзликин Т.И. Нелинейные колебания грунтовой толщи по инструментальным и численным данным. // Геология и геофизика Юга России. – 2021. – Т. 11. № 4. – С. 70–82. DOI: 10.46698/VNC.2021.77.59.006.
5. Садовский М.А., Болховитинов Л.Г., Писаренко В.Ф. Деформирование геофизической среды и сейсмический процесс. М.: Наука, 1987. – 104 с.
6. Чернов Ю.К. Сильные движения грунта и количественная оценка сейсмической оценки территории. Ташкент: Фан, 1989. – 296 с.
7. Arhore E.G., Yasaee M., Dayyani I. Comparison of GA and topology optimization of adherend for adhesively bonded metal composite joints. // International Journal of Solids and Structures. – 2021. – Vols. 226–227. 11107. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2021.111078.
8. Awrejcewicz J., Krysko V.A., Mityskievich S.A., Zhigalov M.V., Krysko A.V. Nonlinear dynamics of heterogeneous shells. Part 1: Statics and dynamics of heterogeneous variable stiffness shells. // International Journal of Non-Linear Mechanics. – 2021. – Vol. 130. 103669. DOI: 10.1016/j.ijnonlinmec.2021.103669.
9. Chernov Yu.K., Zaalishvili V.B., Chernov A.Yu. Strong ground motion simulation for forecasting the probable seismic impacts in the territory of the Republic of North Ossetia-Alania. // Izvestiya. Physics of the Solid Earth. – 2020. – Vol. 56. No. 5. – pp. 644–655. DOI: 10.1134/S1069351320050018.
10. Di Toro G., Han R., Hirose T., De Paola N., Nielsen S., Mizoguchi K., Ferri F., Cocco M., Shimamoto T. Fault lubrication during earthquake. // Nature. – 2011. – Vol. 471. Issue 7339. – pp. 494–498. DOI: 10.1038/nature09838.
11. Fernandez L., Novotny A.A., Prakash R., Sokołowski J. Pollution sources reconstruction based on the topological derivative method. // Applied Mathematics & Optimization. – 2021. – Vol. 84. – pp. 1493–152. DOI: 10.1007/s00245-020-09685-0.
12. Gonçalves J.F., Moreira J.B.D., Salas R.A. et al. Identification problem of acoustic media in the frequency domain based on the topology optimization method. // Structural and Multidisciplinary Optimization. – 2020. – Vol. 62. – pp. 1041–1059. DOI: 10.1007/s00158-020-02638-9.
13. Huang M., Lim X., Lei Y., Gu J. Structural damage identification based on modal frequency strain energy assurance criterion and flexibility using enhanced Moth-Flame optimization. // Structures. – 2020. – Vol. 28. – pp. 1119–1136. DOI: 10.1016/j.istruc.2020.08.085.
14. Lu X., Lapusta N., Rosakis A.J. Pulse-like and crack-like ruptures in experiments mimicking crustal earthquakes. // Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America. – 2007. – Vol. 104. Issue 48. – pp. 18931–18936.
15. Mitchell E., Fialko Y., Brown K. Frictional properties of gabbro at conditions corresponding to slow slip events in subduction zones. // Geochemistry, Geophysics, Geosystems. – 2015. – Vol. 16. – pp. 4006–4020.
16. Mitchell E., Fialko Y., Brown K. Temperature dependence of frictional healing of westerly granite: Experimental observations and numerical Simulations. // Geochemistry, Geophysics, Geosystems. – 2013. – Vol. 14. – pp. 567–582.

17. Pena M., Rapun M.L. Application of the topological derivation to post-processing infrared time-harmonic thermograms for defect detection. // *Journal of Mathematics in Industry*. – 2020. – Vol. 10. DOI: 10.1186/s13362-020-0072-9.
18. Scholz C.H., Sykes L.R., Aggarwal Y.P. Earthquake prediction: a physical basis. // *Science*. – 1973. – Vol. 181. No. 4102. – pp. 803–810.
19. Xavier M., Van Goethem N., Novotny A.A. Hydro-mechanical fracture modeling governed by the topological derivatives. // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. – 2020. – Vol. 365. 112974. DOI: 10.1016/j.cma.2020.112974.
20. Xia K., Rosakis A.J., Kanamori H. Laboratory Earthquakes: The Sub-Rayleigh-to-Supershear Rupture Transition. // *Science*. – 2004. – Vol. 303. – pp. 1859–1861.
21. Xia K., Rosakis A.J., Kanamori H., Rice J.R. Laboratory Earthquakes along Inhomogeneous Faults: Directionality and Supershear. // *Science*. – 2005. – Vol. 308. – pp. 681–684.

References

1. Babeshko V.A., Glushkov E.V., Zinchenko J.F. Dynamics of inhomogeneous linear elastic media. Moscow. Nauka. 1989. 344 p. (In Russ.)
2. Vorovich I.I., Babeshko V.A. Dynamic mixed problems of elasticity theory for non-classical domains. Moscow. Nauka. 1979. 320 p. (In Russ.)
3. Gamburtsev G.A., Perspective plan of research on the problem. Research and Development of Earthquake Forecast. In: Development of G.A. Gamburtsev's ideas in geophysics. Moscow. Nauka. 1982. pp. 304–311. (In Russ.)
4. Zaalishvili V.B., Melkov D.A., Gabaraev A.F., Merzlikin T.I. Nonlinear vibrations of the ground layer according to instrumental and numerical data. *Geology and Geophysics of Russian South*. 2021. Vol. 11. No. 4. pp. 70–82. DOI: 9.46698/VNC.2021.77.59.006. (In Russ.)
5. Sadovsky M.A., Bolkhovitinov L.G., Pisarenko V.F. Deformation of the geophysical environment and the seismic process. Moscow. Nauka. 1987. 104 p. (In Russ.)
6. Chernov Yu.K. Strong ground motions and quantitative assessment of the seismic assessment of the territory. Tashkent. Fan. 1989. 296 p. (In Russ.)
7. Arhore E.G., Yasae M., Dayyani I. Comparison of GA and topology optimization of adherend for adhesively bonded metal composite joints. *International Journal of Solids and Structures*. 2021. Vols. 226–227. 11107. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2021.111078.
8. Awrejcewicz J., Krysko V.A., Mitskievich S.A., Zhigalov M.V., Krysko A.V. Nonlinear dynamics of heterogeneous shells. Part 1: Statics and dynamics of heterogeneous variable stiffness shells. *International Journal of Non-Linear Mechanics*. 2021. Vol. 130. 103669. DOI: 10.1016/j.jnnonlinmec.2021.103669.
9. Chernov Yu.K., Zaalishvili V.B., Chernov A.Yu. Strong ground motion simulation for forecasting the probable seismic impacts in the territory of the Republic of North Ossetia-Alania. *Izvestiya. Physics of the Solid Earth*. 2020. Vol. 56. No. 5. pp. 644–655. DOI: 10.1134/S1069351320050018.
10. Di Toro G., Han R., Hirose T., De Paola N., Nielsen S., Mizoguchi K., Ferri F., Cocco M., Shimamoto T. Fault lubrication during earthquake. *Nature*. 2011. Vol. 471. Issue 7339. pp. 494–498. DOI: 10.1038/nature09838.
11. Fernandez L., Novotny A.A., Prakash R., Sokołowski J. Pollution sources reconstruction based on the topological derivative method. *Applied Mathematics and Optimization*. 2021. Vol. 84. pp. 1493–152. DOI: 10.1007/s00245-020-09685-0.
12. Gonçalves J.F., Moreira J.B.D., Salas R.A. et al. Identification problem of acoustic media in the frequency domain based on the topology optimization method. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. 2020. Vol. 62. pp. 1041–1059. DOI: 10.1007/s00158-020-02638-9.
13. Huang M., Lim X., Lei Y., Gu J. Structural damage identification based on modal frequency strain energy assurance criterion and flexibility using enhanced Moth-Flame optimization. *Structures*. 2020. Vol. 28. pp. 1119–1136. DOI: 10.1016/j.istruc.2020.08.085.

14. Lu X., Lapusta N., Rosakis A.J. Pulse-like and crack-like ruptures in experiments mimicking crustal earthquakes. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*. 2007. Vol. 104. Issue 48. pp. 18931–18936.
15. Mitchell E., Fialko Y., Brown K. Frictional properties of gabbro at conditions corresponding to slow slip events in subduction zones. *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*. 2015. Vol. 16. pp. 4006–4020.
16. Mitchell E., Fialko Y., Brown K. Temperature dependence of frictional healing of westerly granite: Experimental observations and numerical Simulations. *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*. 2013. Vol. 14. pp. 567–582.
17. Pena M., Rapun M.L. Application of the topological derivation to post-processing infrared time-harmonic thermograms for defect detection. *Journal of Mathematics in Industry*. 2020. Vol. 10. DOI: 10.1186/s13362-020-0072-9.
18. Scholz C.H., Sykes L.R., Aggarwal Y.P. Earthquake prediction: a physical basis. *Science*. 1973. Vol. 181. No. 4102. pp. 803–810.
19. Xavier M., Van Goethem N., Novotny A.A. Hydro-mechanical fracture modeling governed by the topological derivatives. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2020. Vol. 365. 112974. DOI: 10.1016/j.cma.2020.112974.
20. Xia K., Rosakis A.J., Kanamori H. Laboratory Earthquakes: The Sub-Rayleigh-to-Supershear Rupture Transition. *Science*. 2004. Vol. 303. pp. 1859–1861.
21. Xia K., Rosakis A.J., Kanamori H., Rice J.R. Laboratory Earthquakes along Inhomogeneous Faults: Directionality and Supershear. *Science*. 2005. Vol. 308. pp. 681–684.