

УДК 517; 532

DOI: 10.46698/y4376-5315-2395-x

Оригинальная статья

## Математическое моделирование селективных водозаборных процессов в двухслойном стратифицированном водоеме

И.Д. Музаев <sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Геофизический институт Владикавказского научного центра РАН,  
Россия, 362002, г. Владикавказ, ул. Маркова, 93а;

<sup>2</sup> Владикавказский филиал Финансового университета при правительстве Российской Федерации, Россия, 362002, г. Владикавказ, ул. Молодежная, 7,  
e-mail: muzaevid@mail.ru

Статья поступила: 21.05.2024, доработана: 28.08.2024, принята к публикации: 29.08.2024

**Резюме: Актуальность работы.** Применение селективных способов забора воды из слоисто-стратифицированного водоема крайне необходимо для водоснабжения тепловых и атомных электростанций. Для исключения перегрева конденсаторов турбин этих важных объектов и тем самым исключения создания в них аварийной ситуации в летнее время необходимо подавать к ним воду из глубинного слоя водоема, где вода бывает холоднее на 8–10° чем в верхнем слое. Когда вода в нижнем слое сильно загрязнена, то воду надо забирать из осветленного чистого и холодного слоя стратифицированного водоема источника водоснабжения. Вплоть до настоящего времени расчеты и проектирование селективных водозаборных устройств выполнялись по сильно упрощенным эмпирическим формулам. Не существовало научно обоснованных методов расчета селективного водозаборного процесса. **Научная новизна.** В представленной работе впервые в мире физико-математически строго смоделирован селективный водозаборный процесс на базе теоретической гидродинамики, математической физики, вычислительной математики, с использованием компьютерных методов. **Цель исследования.** Разработка совокупности расчетных формул для вычисления и управления селективными водозаборными процессами в приложении проектирования водозаборных устройств. Проведение компьютерных вычислительных экспериментов по определению входных параметров водозаборного устройства, отметки его заглубления в водоеме, а также критического значения расхода (скорости) забираемой воды. **Методы исследования.** Поставлена и решена начально-краевая задача математической физики, моделирующая селективный водозаборный процесс в стратифицированном водоеме. Использованы методы операционного исчисления и двукратные тригонометрические ряды Фурье. **Результаты исследования.** Полученная в результате совокупность расчетных формул полностью содержит все входные параметры водоема и водозаборного устройства. Использование результатов исследования на этапе проектирования существенно повышает селективность и рентабельность водозаборного устройства.

**Ключевые слова:** стратифицированный водоем, селективный водозаборный процесс, начально-краевая задача, критические положения поверхности раздела слоев.

**Для цитирования:** Музаев И.Д. Математическое моделирование селективных водозаборных процессов в двухслойном стратифицированном водоеме. *Геология и геофизика Юга России*. 2024. 14(3): 29-40. DOI: 10.46698/y4376-5315-2395-x

DOI: 10.46698/y4376-5315-2395-x

Original paper

# Mathematical modeling of selective water intake processes in a two-layer stratified reservoir

I.D. Muzaev <sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Geophysical Institute, Vladikavkaz Scientific Center, Russian Academy of Sciences, 93a Markova Str., Vladikavkaz 362002, Russian Federation;

<sup>2</sup> Vladikavkaz branch of the Financial University under the Government of the Russian Federation, 7 Molodezhnaya Str., Vladikavkaz 362002, Russian Federation, e-mail: muzaevid@mail.ru

Received: 21.05.2024, revised: 28.08.2024, accepted: 29.08.2024

**Abstract: Relevance.** The use of selective methods of water intake from a stratified reservoir is extremely necessary for the water supply of thermal and nuclear power plants. To avoid overheating of the turbine condensers of these important facilities and thereby avoid creating an emergency situation in them in the summer, it is necessary to supply water to them from the deep layer of the reservoir, where the water is 8-10° colder than in the upper layer. Water from the clarified clean and cold layer of the stratified reservoir of the water supply source should be taken, if the water in the lower layer is heavily polluted. Calculations and design of selective water intake devices have been carried out according to highly simplified empirical formulas up to the present time. There were no scientifically based methods for calculating the selective water intake process. **Scientific novelty.** In the presented work, for the first time in the world, a selective water intake process is strictly modeled physics-mathematically using theoretical hydrodynamics, mathematical physics and computer methods. **Aim.** Development of a set of formulas for calculating and controlling selective water intake processes in the design application of water intake devices. Conducting computer computational experiments to determine the input parameters of the intake device, the mark of its depth in the reservoir, as well as the critical value of the water flow rate (velocity) taken away. **Methods.** An initial boundary value problem of mathematical physics modeling a selective water intake process in a stratified reservoir was set and solved. The methods of operational calculus and two-fold trigonometric Fourier series are used. **Results.** The resulting set of calculation formulas fully contains all the input parameters of the reservoir and the intake device. The use of the research results at the design stage significantly increases the selectivity and profitability of the water intake device.

**Keywords:** stratified reservoir, selective water intake process, initial boundary value problem, critical positions of the interface of layers.

**For citation:** Muzaev I.D. Mathematical modeling of selective water intake processes in a two-layer stratified reservoir. *Geologiya i Geofizika Yuga Rossii = Geology and Geophysics of Russian South*. (in Russ.). 2024. 14(3): 29-40. DOI: 10.46698/y4376-5315-2395-x

## Введение

Водоем, в котором вода по глубине состоит из нескольких слоев, отличающихся плотностями, мутностями, температурами либо химико-биологическими составами называется слоисто-стратифицированным водоемом. Водозаборный процесс, когда вода из такого водоема забирается из определенного слоя при-

чем исключено поступление воды в водозаборное окно из другого слоя называется селективным водозаборным процессом. Если вода забирается из верхнего слоя двухслойного стратифицированного водоема и поверхность раздела слоев в результате искривления достигает нижней грани водозаборного окна, то такое положение называется нижним критическим положением поверхности раздела слоев, при этом числовое значение расхода (скорости) забираемой воды через проем водозаборного окна называется критическим значением расхода (скорости) забираемой воды [Craуa, 1949; Аверкиев и др., 1969; Справочник ..., 1977; Музаев, Туаева, 2004; Методические ..., 2003; Музаев и др., 2016]. Аналогично вышесказанному, если вода забирается из нижнего слоя и при определенном значении расхода (скорости) забираемой воды поверхность раздела слоев воды в результате искривления опускается до верхней грани водозаборного окна, то такое положение называется верхним критическим положением. Соответственно, числовое значение расхода (скорости) называется критическим значением расхода (скорости). Отсюда следует, что если в результате искривления поверхность раздела слоев превышает критическое положение, то этим нарушается селективный водозаборный процесс из определенного слоя водоема.

Применение селективного способа водозабора из стратифицированного водоема часто бывает целесообразным [Аверкиев и др., 1969; Справочник ..., 1977]. Например, для охлаждения конденсаторов турбин тепловых и атомных электростанций и отвода от них излишнего тепла в летнее время требуется подавать к ним воду из глубинных промежуточных слоев стратифицированного водоема источника водоснабжения, где вода бывает холоднее на  $8^{\circ}$ – $10^{\circ}$ С по сравнению с температурой поверхностного слоя и одновременно чище и качественнее, чем в придонном мутном слое. При этом надо исключить возможность затекания воды из других слоев стратифицированного водоема.

### Использованная методика

В специальных справочных источниках, а также в приложении к строительным нормам и правилам [Аверкиев и др., 1969; Справочник ..., 1977; Методические ..., 2003] представлены полуэмпирические формулы, предназначенные для гидравлических расчетов и проектирования селективных водозаборных устройств. Для схемы водозабора, рис. 2, когда необходимо забирать воду из верхнего осветленного слоя двухслойного водоема через водозаборное окно, устроенное на боковой грани водоема, рекомендуется руководствоваться двумя эмпирическими формулами А. Края [Аверкиев и др., 1969; Craуa, 1949]. Первая формула предназначена для двумерной задачи, когда ширина водозаборного окна соизмерима с шириной водоема, схематизированного в виде прямоугольного параллелепипеда. Формула имеет следующий вид:

$$q_k = 1,51 \sqrt{\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1}} g Z_0^3 . \quad (1)$$

Вторая формула предназначена для пространственной задачи, когда ширина водоема значительно больше чем ширина водозаборного окна. Она имеет следующий вид:

$$Q_k = 2,55 \sqrt{\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1}} g Z_0^5 . \quad (2)$$

В этих формулах приняты следующие обозначения:

$\rho_1$  и  $\rho_2$  – плотности воды в верхнем и нижнем слоях соответственно,  $Z_0$  – расстояние от первоначально горизонтальной плоскости раздела слоев до центра водозаборного окна,  $g$  – ускорение силы тяжести,  $q_k$  и  $Q_k$  – критические значения расходов забираемых вод. Как было сказано во введении статьи, критическое значение – это максимальное числовое значение расхода забираемой воды при превышении которого происходит поднятие искривленной поверхности раздела слоев выше нижней грани водозаборного окна. При этом в водозаборное окно частично будет затекать вода из нижнего мутного слоя, что нарушает селективный водозабор из верхнего осветленного слоя водоема.

У этих формул имеются существенные недостатки. В них не содержатся габаритные размеры водозаборного окна, которое принято как точечный сток. Решение рассматриваемой задачи в строгой гидродинамической постановке [Музаев и др., 2016] показывает, что селективный водозаборный процесс существенно зависит как от толщин слоев, так и от габаритных размеров водозаборного окна. В связи с этими обстоятельствами расчет и проектирование селективных водозаборных устройств на базе эмпирических формул (1) и (2) может не гарантировать селективность и рентабельность водозабора из верхнего осветленного слоя стратифицированного водоема.

Для расчета селективного водозаборного процесса, когда вода забирается из нижнего, холодного слоя, лежащего под теплым поверхностным слоем, рекомендуются: формула Д. Харлемана [Harleman, 1972] и формула И. Макарова. Формула Д. Харлемана со своими пределами применимости предназначена для пространственной задачи, когда ширина водоема значительно превосходит ширину водозаборного окна. Она со своими пределами применимости имеет следующий вид [Аверкиев и др., 1969; Справочник, 1977] (рис. 1 и 2):

$$\frac{Z_0}{h} = 0,87Fr^{0,51}; Fr = 0,08 \div 1,3; \frac{Z_0}{h} = 0,2 \div 2. \quad (3)$$

Формула И. Макарова предназначена для двумерной задачи, когда ширина водоема соизмерима с шириной водозаборного окна. Она со своими пределами применимости имеет следующий вид:

$$\frac{z_0}{h} = 1,3\sqrt{Fr}, Fr = 0,2 \div 2,5, \quad (4)$$

где  $Fr = \frac{V}{\sqrt{g \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1} h}}$  – плотностное число Фруда для проема водозаборного окна,

$V$  – средняя скорость течения воды в проеме окна,

$z_0$  – расстояние от невозмущенной поверхности раздела слоев до верхней грани окна,

$h$  – высота окна.

В работе [Музаев и др., 2016] в рамках гидродинамической строгой теории поверхностных и внутренних гравитационных волн поставлена и решена начальная краевая задача, моделирующая селективный водозаборный процесс в трехслойном стратифицированном водоеме, когда вода забирается из промежуточного слоя через одно окно, устроенное на боковой грани водоема. В отличие от эмпирических формул (1) – (4) в расчетных формулах, полученных в работе [Музаев и др., 2016], содержатся все входные параметры системы, включая габаритные размеры водоза-

борного окна, а также промежутки времени плавного (медленного) открытия окна. При мгновенном либо быстром открытии водозаборного окна происходит всплеск слоев воды с последующим перемешиванием слоев между собой.

### Забор воды из нижнего слоя двухслойного стратифицированного водоема

Полагается, что в прямоугольной системе координат  $oxuz$  часть пространства, ограниченная условиями  $0 \leq x \leq L_1$ ,  $0 \leq y \leq L_2$ ,  $-H_2 \leq z \leq H_1$  занята двухслойным плотностно-стратифицированным водоемом с толщинами слоев  $H_1$  и  $H_2$ , плотностями слоев  $\rho_1$  и  $\rho_2$  верхнего и нижнего слоев соответственно. Ось  $oz$  направлена вертикально вверх, плоскость  $oxy$  совмещена с плоскостью невозмущенной поверхности раздела слоев,  $L_1$  и  $L_2$  – длина и ширина водоема, схематизированного в виде прямоугольного параллелепипеда, как показано на рис. 1.

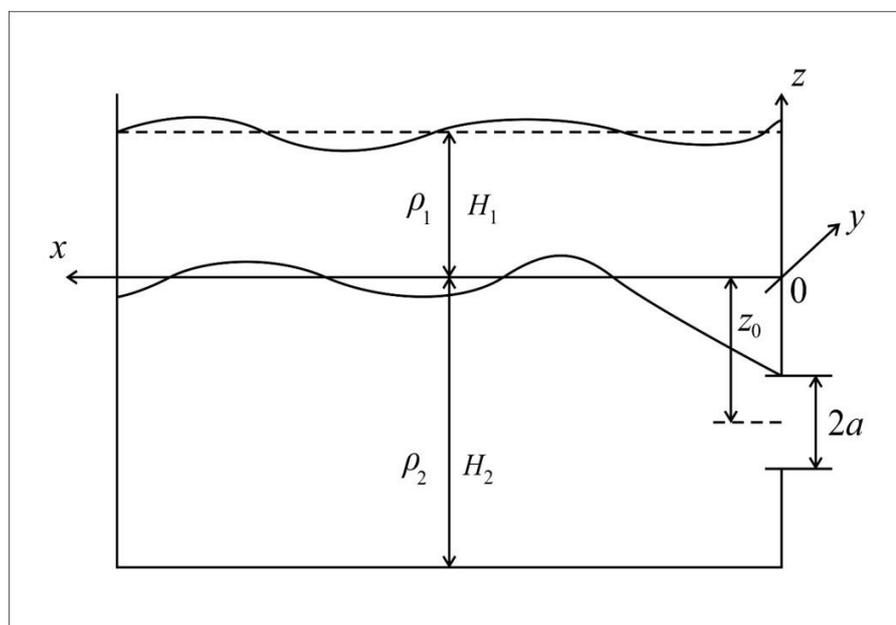


Рис. 1. Расчетная схема начально-краевой задачи при заборе воды из нижнего слоя стратифицированного водоема /

Fig. 1. Calculation scheme of the initial boundary value problem for water intake from the lower layer of a stratified reservoir

Вода из нижнего слоя забирается через окно, устроенное на боковой грани водоема при  $x=0$ . Окно расположено на некотором расстоянии от дна водоема, чтобы в его проем не затекала мутная вода с поверхности дна водоема. Движение воды в водоеме наиболее адекватно моделируется следующей контактной пространственной начально-краевой задачей математической физики, поставленной на базе гидродинамики поверхностных и внутренних гравитационных волн в идеальной несжимаемой жидкости [Музаев и др., 2016; Шокин и др., 2015; Белолипецкий и др., 1961; Сретенский, 1977; Ламб, 1947; Harleman et al., 1972; Кошляков и др., 1970; Корн, Корн, 1977; Гинзбург, 1970; Букреев, 2010; Gyoo-Bum Kim et al., 2013; Lyubimova et al., 2020; Заалишвили, 2023]:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial z^2} &= 0, \quad 0 \leq z \leq H_1; \\
\frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial z^2} &= 0, \quad -H_2 \leq z \leq 0. \\
\frac{\partial \varphi_1}{\partial x} \Big|_{x=0} &= 0, \quad \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} \Big|_{x=L_1} = -U(t), \\
\frac{\partial \varphi_1}{\partial y} \Big|_{y=0} &= 0, \quad \frac{\partial \varphi_1}{\partial y} \Big|_{y=L_2} = 0, \\
\frac{\partial \varphi_2}{\partial x} \Big|_{x=0} &= -V(t)Y(y)Z(z), \quad \frac{\partial \varphi_2}{\partial x} \Big|_{x=L_1} = -U(t),
\end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \varphi_2}{\partial y} \Big|_{y=0} &= 0, \quad \frac{\partial \varphi_2}{\partial y} \Big|_{y=L_2} = 0, \\
\left( \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2} + g \frac{\partial \varphi_1}{\partial z} \right) \Big|_{z=H_1} &= 0, \quad \frac{\partial \varphi_1}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{\partial \varphi_2}{\partial z} \Big|_{z=0}, \\
\rho_1 \left( \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2} + g \frac{\partial \varphi_1}{\partial z} \right) \Big|_{z=0} &= \rho_2 \left( \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial t^2} + g \frac{\partial \varphi_2}{\partial z} \right) \Big|_{z=0},
\end{aligned} \tag{6}$$

$$\frac{\partial \varphi_2}{\partial z} \Big|_{z=-H_2} = 0, \quad \varphi_1 = \varphi_2 = \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} = \frac{\partial \varphi_2}{\partial t} = 0, \quad \text{при } t=0, \tag{7}$$

$$\eta(x, y, t) = \frac{1}{(\rho_2 - \rho_1)g} \left( \rho_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} - \rho_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial t} \right) \Big|_{z=0}, \tag{8}$$

где приняты следующие обозначения и предположения:  $\varphi_1(x, y, z, t)$  и  $\varphi_2(x, y, z, t)$  – потенциалы скоростей движения воды в верхнем и нижнем слоях воды соответственно,  $t$  – время,  $(x, y, z)$  – координаты пространственной точки в водоеме,  $Y(y)$  и  $Z(z)$  – вспомогательные функции для математической записи проема водозаборного окна:

$$\begin{aligned}
Y(y) &= \begin{cases} 1, & \text{при } y \in [y_0 - b; y_0 + b]; \\ 0, & \text{при } y \notin [y_0 - b; y_0 + b]. \end{cases} \\
Z(z) &= \begin{cases} 1, & \text{при } z \in [z_0 - a; z_0 + a]; \\ 0, & \text{при } z \notin [z_0 - a; z_0 + a]. \end{cases}
\end{aligned} \tag{9}$$

$V(t)$  – скорость забора воды через водозаборное окно. Она задается в виде следующей функции.

$$V(t) = \begin{cases} V_0 \frac{t}{t_0}, & \text{при } 0 \leq t \leq t_0; \\ V_0, & \text{при } t > t_0. \end{cases} \tag{10}$$

Посредством этой функции учтено медленное открытие водозаборного окна за промежуток времени  $t_0$ . При мгновенном либо быстром открытии окна произойдет гидравлический удар и водозаборное устройство разрушится.  $U(t)$  – скорость затекания воды в водоем через условную вертикальную грань при  $x=L_1$ .

$$U(t) = \frac{V(t) \cdot 4ab}{(H_1 + H_2)L_2}, \tag{11}$$

где  $2a$  и  $2b$  – высота и ширина окна соответственно,  $(0, y_0, z_0)$  – координаты геометрического центра водозаборного окна. При известных потенциалах  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  уравнение волновой поверхности раздела слоев определяется из выражения (8) дифференцированием по времени.

Поставленная контактная начально-краевая задача [Тихонов, Самарский, 1977] решена аналитически путем последовательного применения интегрального преобразования Лапласа по времени  $t$  и конечного косинус интегрального преобразования Фурье по двум координатам  $x$  и  $y$  [Сретенский, 1977; Ламб, 1947; Harleman et al., 1972; Ландау, Лифшиц, 1977; Корн, Корн, 1977].

В результате выполнения обратных интегральных преобразований для закона искривления и колебания поверхности раздела слоев у водозаборного окна получается следующая совокупность расчетных формул:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \delta_{n,m} \frac{\beta_m \bar{R}}{(\omega_2^2 - \omega_1^2) \bar{Y}_1} [\Phi_1 - g \lambda t h \lambda H_1 \Phi_2] \cos \frac{m\pi}{L_2} y_0, \tag{12}$$

$$\delta_{n,m} = \begin{cases} 1, & \text{при } n = 1, 2 \dots; \quad m = 1, 2 \dots, \\ 0,5 & \text{при } m = 0, \quad n = 1, 2, \dots, \\ 0,5 & \text{при } n = 0, \quad m = 1, 2, \dots, \\ 0, & \text{при } n = m = 0. \end{cases} \tag{13}$$

$$\bar{R} = \frac{1}{ch \lambda \cdot H_2} \int_{-z_0+a}^{-z_0-a} ch \lambda (H_2 + x) dx,$$

$$\begin{aligned} \Phi_1(t) &= \begin{cases} \frac{1}{t_0} (\cos \omega_1 t - \cos \omega_2 t), & \text{при } 0 \leq t \leq t_0; \\ \frac{1}{t_0} [\cos \omega_1 t - \cos \omega_1 (t - t_0) - \cos \omega_2 t + \cos \omega_2 (t - t_0)], & \text{при } t > t_0 \end{cases} \\ \Phi_2(t) &= \begin{cases} \frac{1}{t_0} \left( \frac{1 - \cos \omega_2 t}{\omega_2^2} - \frac{1 - \cos \omega_1 t}{\omega_1^2} \right), & \text{при } 0 \leq t \leq t_0; \\ \frac{1}{t_0} \left[ \frac{\cos \omega_2 (t - t_0) - \cos \omega_2 t}{\omega_2^2} - \frac{\cos \omega_1 (t - t_0) - \cos \omega_1 t}{\omega_1^2} \right], & \text{при } t > t_0. \end{cases} \end{aligned} \tag{14}$$

Все величины в совокупности формул (14) кроме своих индексов зависят еще от натуральных чисел  $n$  и  $m$ . Например  $\lambda = \lambda_{n,m}$ ,  $\bar{R} = \bar{R}_{n,m}, \dots$

Решение поставленной начально-краевой задачи (5) – (8) существенно упрощается, если волновое граничное условие на свободной поверхности водоема  $\left( \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2} + g \frac{\partial \varphi_1}{\partial z} \right) \Big|_{z=H_1} = 0$  заменить следующим граничным условием:

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial z} \Big|_{z=H_1} = 0. \tag{15}$$

Физический смысл этого условия заключается в том, что на свободной поверхности водоема (при  $z=H_1$ ) волнообразование не учитывается. При таком предположении уравнение волновой поверхности раздела слоев у водозаборного окна получается в следующем виде:

$$\begin{aligned} \eta(t) &= \frac{4V_0}{L_1 L_2} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \delta_{n,m} \frac{\bar{R} t h \lambda H_1}{S \omega^2} \Phi(t) \cos \frac{m\pi}{L_2} y_0; \\ S &= t h \lambda H_1 + \frac{\rho_1}{\rho_2} t h \lambda H_2; \quad \omega = \sqrt{g \lambda \left( 1 - \frac{\rho_1}{\rho_2} \right) \frac{t h \lambda H_1 \cdot t h \lambda H_2}{t h \lambda H_1 + \frac{\rho_1}{\rho_2} t h \lambda H_2}}; \end{aligned} \tag{16}$$

$$\Phi(t) = \begin{cases} \frac{1}{t_0} \cdot \frac{1 - \cos \omega t}{\omega^2}, & \text{при } 0 \leq t \leq t_0; \\ \frac{1}{t_0} \cdot \frac{\cos \omega(t - t_0) - \cos \omega t}{\omega^2}, & \text{при } t > t_0. \end{cases} \quad (17)$$

Компьютерные вычислительные эксперименты показывают, что числовые значения критического уровня воды у водозаборного окна, а также критического расхода (скорости) забираемой воды, вычисленные по уравнениям (12) и (16), практически не отличаются.

### Забор воды из верхнего слоя двухслойного стратифицированного водоема

По аналогии с предыдущей задачей, при заборе воды из верхнего слоя движение воды в водоеме моделируется на базе гидродинамики поверхностных и внутренних гравитационных волн в идеальной несжимаемой жидкости. Потенциалы скоростей в слоях  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  должны удовлетворять дифференциальным уравнениям (5). В граничные условия (6) – (7) вносятся следующие изменения: ненулевые граничные условия из нижнего слоя переносятся в верхний слой (рис. 2).

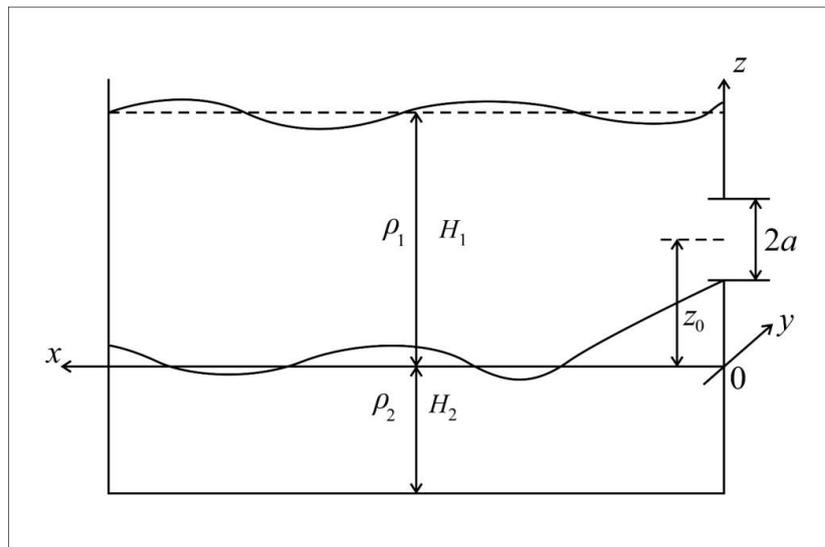


Рис. 2. Расчетная схема начально-краевой задачи при заборе воды из верхнего слоя стратифицированного водоема /

Fig. 2. Calculation scheme of the initial boundary value problem for water intake from the upper layer of a stratified reservoir

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} \Big|_{x=0} &= -V(t)Y(y)Z(z), \quad \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} \Big|_{x=L_1} = -U(t), \\ \frac{\partial \varphi_2}{\partial x} \Big|_{x=0} &= 0, \quad \frac{\partial \varphi_2}{\partial x} \Big|_{x=L_1} = -U(t). \end{aligned} \quad (18)$$

Остальные граничные и начальные условия (6) – (7) не изменяются, так же, как и выражение (8) для волновой поверхности раздела слоев в водоеме. Поставленная начально-краевая задача решена такими же методами, какими была решена предыдущая задача для забора воды из нижнего слоя водоема. Для уравнения поверхности раздела слоев получена следующая совокупность расчетных формул:

$$\eta(t) = \frac{4V_0\rho_1}{L_1L_2\rho_2} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \delta_{n,m} \frac{\beta_m}{(\omega_2^2 - \omega_1^2)\bar{\gamma}_1} [R_1 \Phi_1(t) - g\lambda R_2 \Phi_2] \cos \frac{m\pi}{L_2} y_0;$$

$$R_1 = R_{1,n,m} = \frac{1}{ch\lambda H_1} \int_{z_0-a}^{z_0+a} sh\lambda(H_1 - x) dx;$$

$$R_2 = R_{2,n,m} = \frac{1}{ch\lambda H_1} \int_{z_0-a}^{z_0+a} sh\lambda(H_1 - x) dx.$$
(19)

Остальные идентификаторы (обозначения) разъяснены в предыдущем разделе. Во втором подходе волновое граничное условие на свободной волновой поверхности водоема заменено на не волновое граничное условие. Остальные граничные и начальные условия не изменяются. Для уравнения волновой поверхности раздела слоев у водозаборного окна получена следующая совокупность расчетных формул:

$$\eta(t) = \frac{4V_0\rho_1}{L_1L_2\rho_2} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\delta_{n,m}\beta_m}{\gamma} th\lambda H_2 \Phi(t) \cos \frac{m\pi}{L_2} y_0;$$

$$\gamma = \gamma_{n,m} = th\lambda H_1 + \frac{\rho_1}{\rho_2} th\lambda H_2; \omega = \omega_{n,m} = \sqrt{g\lambda \left(1 - \frac{\rho_1}{\rho_2}\right) \frac{th\lambda H_1}{\gamma}}$$

$$\Phi(t) = \Phi_{n,m}(t) = \begin{cases} \frac{1 - \cos\omega t}{\omega^2}, & 0 \leq t \leq t_0; \\ \frac{\cos\omega(t-t_0) - \cos\omega t}{\omega^2}, & t > t_0. \end{cases}$$
(20)

Компьютерные вычислительные эксперименты показывают, что числовые значения критического уровня воды у водозаборного окна, а также критического расхода (скорости) забираемой воды, вычисленные по уравнениям (19) и (20), практически не отличаются.

В отличие от эмпирических формул (1) – (4) в полученных совокупностях расчетных формул (12) – (19) содержатся все входные параметры стратифицированного водоема и селективного водозаборного окна:  $H_1, H_2, \rho_1, \rho_2$  – толщины и плотности слоев воды;  $2a, 2b, z_0$  – размеры водозаборного окна и отметка заглубления геометрического центра окна относительно первоначальной горизонтальной плоскости раздела слоев воды;  $L_1, L_2$  – длина и ширина водоема, схематизированного в виде прямоугольного параллелепипеда;  $t_0$  – промежуток времени медленного открытия окна. При мгновенном либо быстром открытии окна в системе произойдет гидравлический удар, и вся система будет разрушена.

### Результаты работы и их обсуждение

Расчет и проектирование селективных водозаборных устройств на базе полученных совокупностей расчетных формул гарантируют селективный водозаборный процесс и рентабельность водозаборного устройства.

Расчеты показывают, что проектирование селективных водозаборных устройств на основе эмпирических формул (1) – (4) гарантирует селективность водоотбора из определенного слоя стратифицированного водоема. Однако из-за того, что в этих формулах полностью не содержатся толщины слоев воды, расход забираемой воды получается сильно заниженным. Водозаборное устройство может оказаться не рентабельным. Это важное утверждение можно доказать конкретными примерами.

Рассмотрим случай, когда вода забирается из верхнего слоя. Входные параметры системы имеют следующие числовые значения: плотность воды в слоях  $\rho_1 = 1000 \text{ кг/м}^3, \rho_2 = 1002 \text{ кг/м}^3$ . Отметка центра водозаборного окна  $z_0 = 0,25 \text{ м}$ ; тол-

щины слоев воды  $H_1 = 0,5$  м,  $H_2 = 5$  м; ширины водоема и водозаборного окна  $2b = L_2 = 1$  м. Согласно эмпирической формуле (1) А. Края, величина критического расхода забираемой воды составляет  $q_{кр} = 0,025$  м<sup>3</sup>/с. Из компьютерных расчетов по совокупности формул при толщинах слоев  $H_1 = 0,5$  м,  $H_2 = 5$  м для критического расхода получается следующее числовое значение  $q_{кр} = 0,027$  м<sup>3</sup>/с, что с точностью до 11% совпадает с расходом  $q_{кр} = 0,025$  м<sup>3</sup>/с, получаемым по формуле (1) А. Края. Однако при толщине верхнего слоя  $H_1 = 2$  м из совокупности формул для критического расхода получается следующее критическое значение  $q_{кр} = 0,062$  м<sup>3</sup>/с, что в 2,5 раза больше, чем расход, получаемый по формуле (1) А. Края. Этот конкретный пример доказывает утверждение о том, что расчет и проектирование селективных водозаборных устройств на основе эмпирических формул (1) – (4) может привести к нерентабельному варианту устройства.

Что касается полученных в статье совокупностей расчетных формул (12) и (19), то они получены на основе адекватных математических моделей. В них содержатся все входные параметры системы. Расчет и проектирование на основе этих совокупностей формул гарантируют селективность и рентабельность системы водозабора из определенного слоя водоема.

### Выводы

Селективные способы забора воды из слоисто-стратифицированного водоема крайне необходимы для водоснабжения тепловых и атомных электростанций. До настоящего времени расчеты и проектирование селективных водозаборных устройств выполнялись по сильно упрощенным эмпирическим формулам. В представленной работе впервые в мире физико-математически строго смоделирован селективный водозаборный процесс на базе теоретической гидродинамики, математической физики, вычислительной математики, с использованием компьютерных методов. Используются методы операционного исчисления и двукратные тригонометрические ряды Фурье.

В результате исследования получена совокупность расчетных формул, содержащая все входные параметры водоема и водозаборного устройства. Были проведены компьютерные вычислительные эксперименты по определению входных параметров водозаборного устройства, отметки его заглубления в водоеме, а также критического значения расхода (скорости) забираемой воды. Использование результатов исследования на этапе проектирования существенно повышает селективность и рентабельность водозаборного устройства.

### Литература

1. Аверкиев А.Г., Макаров И.И., Синотин В.И. Бесплотинные водозаборные сооружения. М.-Л.: Энергия, 1969. – 164 с.
2. Белолипецкий В.М., Костюк В.Ю., Шокин Ю.И. Математическое моделирование течений стратифицированной жидкости. Новосибирск: Наука, 1991. – 176 с.
3. Букреев В.И. Способ управления селективным водозабором через отверстие в вертикальной стенке. // Прикладная механика и техническая физика. – 2010. – Т. 51. № 3. – С. 49–54.
4. Гинзбург И.П. Теория сопротивления и теплопередачи. Л.: Изд. Ленинградского университета, 1970. – 378 с.
5. Заалишвили В.Б., Музаев И.Д. Один эффективный метод решения начально-краевых задач поперечных колебаний балки с учетом ее внутреннего сопротивления. // Геология и

геофизика Юга России. – 2023. – Т. 12. № 2. – С. 55–66. DOI: 10.46698/VNC.2023.63.12.005.

6. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1977. – 818 с.

7. Кошляков Н.С., Глинер Э.Б., Смирнов М.М. Уравнения в частных производных математической физики. М.: Высшая школа, 1970. – 710 с.

8. Ламб Г. Гидродинамика. М.-Л.: Гос. изд-во технико-теоретической литературы, 1947. – 929 с.

9. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука, 1977. – 735 с.

10. Методические указания по технологическим расчетам водоемов-охладителей. / Исполнители А.С. Соколов, И.И. Макаров, В.И. Кравец, З.Р. Филиппова. СПб.: ВНИИГ, 2003. – 116 с.

11. Музаев И.Д., Туаева Ж.Д. Математическое моделирование проблем охраны окружающей среды. М.: Научный мир, 2003. – 96 с.

12. Музаев И.Д., Харебов К.С., Музаев Н.И. Теоретические положения автоматизации проектирования селективных водозаборных устройств. // Вычислительные технологии. – 2016. – Т. 21. № 4. – С. 99–110.

13. Справочник по гидравлике. / Под ред. В.А. Большакова. Киев: Вища Школа, 1977. – С. 223–225.

14. Сретенский Л.Н. Теория волновых движений жидкости. М.: Наука, 1977. – 815 с.

15. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1977. – 735 с.

16. Шокин Ю.И., Рычков А.Д., Хакимзянов Г.С., Чубаров Л.Б. О численных методах решения задач о накате волн на берег. // Вычислительные технологии. – 2015. – Т. 20. № 5. – С. 214–232.

17. Craya A. Recherches theoriques sur l'ecoulement de couches superposees de fluides de densites defferents. // La Houille Blanche. – 1949. – Vol. 4. – pp. 44–55.

18. Gyoo-Bum Kim, Wan-Soo Kim, Jung-Hoon Park, Yeong-Cheol Son, Jin-Woo Kim. Justification of operating capacity of selective intake structure (flexible type) in winter conditions. // The journal of Engineering Geology. – 2013. – Vol. 23. Issue 3. – pp. 227–234.

19. Harleman D.R.F., Stozenbach K.D. Fluid mechanics of heat disposal from power generation. // Annual Review of Fluid Mechanics. – 1972. – Vol. 4. – pp. 7–32.

20. Lyubimova T.R., Parshakova Ya.N., Lepikhin A.P., Luakhin Yu.S. Increasing the stability of cooling reservoirs by using selective water intake schemes. // Water and Ecology. – 2020. – Vol. 25. Issue 2. – pp. 45–58. DOI: 1023968/2305-34882020.25.2.45-58.

## References

1. Averkiev A.G., Makarov I.I., Sinotin V.I. Damless water intake structures. Moscow. Leningrad. Energiya. 1969. 164 p. (In Russ.)

2. Belolipetskiy V.M., Kostyuk V.Yu., Shokin Yu.I. Mathematical modelling of stratified fluid flows. Novosibirsk. Nauka. 1991. 176 p. (In Russ.)

3. Bukreev V.I. A method for controlling selective water intake through a hole in a vertical wall. Applied Mechanics and Technical Physics. 2010. Vol. 51. No. 3. pp. 49–54. (In Russ.)

4. Ginzburg I.P. The theory of resistance and heat transfer. Leningrad. Leningrad University Publishing House. 1970. 378 p. (In Russ.)

5. Zaalishvili V.B., Muzaev I.D. One effective method for solving initial boundary value problems of transverse vibrations of a beam taking into account its internal resistance. Geology and geophysics of Russian South. 2023. Vol. 12. No. 2. pp. 55–66. DOI: 10.46698/VNC.2023.63.12.005.

6. Korn G., Korn T. Mathematical handbook for scientists and engineers. Moscow. Nauka. 1977. 818 p.

7. Koshlyakov N.S., Gliner E.B., Smirnov M.M. Partial differential equation in mathematical physics. Moscow. Vysshaya Shkola. 1970. 710 p. (In Russ.)
8. Lamb G. Hydrodynamics. Moscow. Leningrad. Gosudarstvennoe Izdatelstvo Tekhniko-Teoreticheskoy Literatury. 1947. 929 p. (In Russ.)
9. Landau L.D., Lifshits E.M. Hydrodynamics. Moscow. Nauka. 1977. 735 p.
10. Methodological guidelines for technological calculations of cooling ponds. Eds. A.S. Sokolov, I.I. Makarov, V.I. Kravets, Z.R. Filippova. Saint Petersburg. VNIIG. 2003. 116 p. (In Russ.)
11. Muzaev I.D., Tuaeve Zh.D. Mathematical modeling of environmental protection problems. Moscow. Nauchnyi Mir. 2003. 96 p. (In Russ.)
12. Muzaev I.D., Kharebov K.S., Muzaev N.I. Theoretical design automation of selective water intake devices. Computational Technologies. 2016. Vol. 21. No. 4. pp. 99–110. (In Russ.)
13. Reference book on hydraulics. Ed. V.A. Bolshakov. Kiev. Vyshcha Shkola. 1977. pp. 223–225. (In Russ.)
14. Sretenski L.N. Theory of wave motions of a fluid. Moscow. Nauka. 1977. 815 p. (In Russ.)
15. Tikhonov A.N., Samarsky A.A. Equations of mathematical physics. Moscow. Nauka. 1977. 735 p. (In Russ.)
16. Shokin Yu.I., Rychkov A.D., Khakimzyanov G.S., Chubarov L.B. On numerical methods for solving problems of wave runup on the shore. Computational Technologies. 2015. Vol. 20. No. 5. pp. 214–232. (In Russ.)
17. Craya A. Recherches theoriques sur l'ecoulement de couches superposees de fluides de densites defferents. La Houil le Blanche. 1949. Vol. 4. pp. 44–55.
18. Gyoo-Bum Kim, Wan-Soo Kim, Jung-Hoon Park, Yeong-Cheol Son, Jin-Woo Kim. Justification of operating capacity of selective intake structure (flexible type) in winter conditions. The journal of Engineering Geology. 2013. Vol. 23. Issue 3. pp. 227–234.
19. Harleman D.R.F., Stozenbach K.D. Fluid mechanics of heat disposal from power generation. Annual Review of Fluid Mechanics. 1972. Vol. 4. pp. 7–32.
20. Lyubimova T.R., Parshakova Ya.N., Lepikhin A.P., Luakhin Yu.S. Increasing the stability of cooling reservoirs by using selective water intake schemes. Water and Ecology. 2020. Vol. 25. Issue 2. pp. 45–58. DOI: 1023968/2305-34882020.25.2.45-58.